

## Messunsicherheit und Fähigkeit

Eine Übersicht für die betriebliche Praxis

Michael Hernla

*Manuskriptfassung; in überarbeiteter Form veröffentlicht in  
Qualität und Zuverlässigkeit, München, 41 (1996) 10, S. 1156-1162*

Die Unsicherheit von Messmitteln wird durch Vertrauensbereiche und Fehlergrenzen angegeben. Aus ihnen werden nach der Goldenen Regel der Fertigungsmesstechnik prüfbare Toleranzen an den Werkstücken abgeleitet. Der Einfluss der Verteilung der Messwerte auf die Unsicherheit ist bei den meisten Messungen in der betrieblichen Praxis vernachlässigbar. Die Messunsicherheit beeinflusst deutlich die Prozessfähigkeit. Indizes für die Messgerätefähigkeit haben dagegen nur eine begrenzte Aussagekraft.

**Uncertainty of Measurement and Capability.** The uncertainty of measuring instruments is expressed by confidence intervals and limits of maximal permissible errors. They may be used for calculation of measurable tolerances on workpieces according to the Golden Rule of measuring technics. The distribution of measuring values is of no meaning for the most measurements in industrial production. The uncertainty of measurement has a great influence on the process capability. On the other side the indices of measuring capability have only a limited importance.

### Einleitung

Der Anwender von Messgeräten steht heute immer öfter vor der Frage, welche Messmittel zur Prüfung welcher Toleranzen an Werkstücken geeignet sind. Nicht zuletzt machen zunehmende Forderungen nach einer systematischen Prüfplanung hier klare Entscheidungsregeln nötig. Das Problem kann durch die Anwendung des Grundsatzes "Nicht so genau wie möglich, sondern so genau wie nötig" gelöst werden: Bei jeder Messung ist der nach der Goldenen Regel der Messtechnik aus der Toleranz des Prüfmerkmals abgeleitete Grenzwert der Messunsicherheit einzuhalten.

#### Messunsicherheit

Die Messunsicherheit ist ein Parameter, der den Wertebereich der Messgröße beschreibt. Es wird erwartet, dass dieser Bereich den wahren Wert der Messgröße einschließt. Das Internationale Wörterbuch der Metrologie [1] nennt als Beispiele für Unsicherheitsangaben die Standardabweichung und die Vertrauensgrenzen, wie sie aus Messungen gewonnen werden können.

Der ISO-Leitfaden [2] orientiert auf die Angabe der Messunsicherheit als ein Vielfaches der Standardabweichung, das etwa den Vertrauensgrenzen mit dem Vertrauensniveau von 95% entspricht. Diese Vertrauensgrenzen waren schon bisher in vielen Bereichen der Technik üblich.

Bei der Angabe und dem Vergleich von Messunsicherheiten ist immer auf das jeweilige Vertrauensniveau Bezug zu nehmen. Seit langem in der Technik eingeführt ist die Angabe der Vertrauensgrenzen für ein vorgegebenes Vertrauensniveau von 95%. Die Wahrscheinlichkeit des Überschreitens dieser Grenze ist mit 5% recht gering. Gelegentlich werden aber auch noch Unsicherheiten für Vertrauensniveaus von 99% oder 99,73% angegeben. Diese sind nicht unmittelbar miteinander vergleichbar.

Bei vielen Messungen wird die Unsicherheit aber nicht im Einzelfall ermittelt. Man arbeitet vielmehr mit der bekannten (z.B. vom Hersteller angegebenen) Fehlergrenze des Messgerätes. Diese gibt den Grenzwert der Messabweichungen an und ist deshalb im allgemeinen größer als die durch Wiederholmessungen ermittelte Vertrauensgrenze. Deshalb kann die Fehlergrenze im Sinne einer Abschätzung der Messunsicherheit nach oben als Ersatz für unbekannte Vertrauensgrenzen benutzt werden. Auch mit der Fehlergrenze ist die Goldene Regel der Messtechnik einzuhalten. Der Kasten zeigt zwei Beispiele. Genauso können umgekehrt aus gegebenen Toleranzen geeignete Messmittel ausgewählt werden.

### Goldene Regel der Messtechnik

Das bisher übliche Toleranzverständnis [3] besagt, dass das Messergebnis innerhalb der Grenzwerte der Zeichnung liegen soll, um ein Werkstück als gut zu beurteilen. Wenn der Messwert nahe der Toleranzgrenze liegt, besteht somit ein gewisses Risiko, dass der wahre Wert gerade auf der anderen Seite der Grenze liegt.

Um die Anzahl von Fehlentscheidungen klein zu halten, empfiehlt die Goldene Regel, dass die Messunsicherheit maximal ein Zehntel der Toleranz betragen soll:  $U \leq T/10$ . Manchmal gibt man sich aber auch mit  $U \leq T/5$  zufrieden. Größer sollte das Verhältnis auf keinen Fall werden, da sonst das Risiko von Fehlentscheidungen stark ansteigt.

Für die Zukunft zeichnet sich eine Änderung bei der Behandlung der Messunsicherheit in Kunde-Lieferanten-Beziehungen ab, indem die Toleranzgrenzen für die Hersteller um die Messunsicherheit eingeengt bzw. für die Abnehmer erweitert werden [4]. Die Kenntnis der Messunsicherheit für ein einheitliches Vertrauensniveau wird deshalb eine immer größere Bedeutung bekommen.

### Ableitung prüfbarer Toleranzen nach der Goldenen Regel

#### 1. Messschieber 150 mm nach DIN 862 [5]

Die Fehlergrenzen sind in der Norm in Abhängigkeit von der Messlänge und dem Ziffernschritt angegeben. Für ein Gerät mit Zehntelnonius beträgt der Grenzwert 0,05 mm, die prüfbare Toleranz ist also 0,5 mm.

Für einen digitalen Messschieber mit Hundertstelanzeige beträgt der Grenzwert bis 100 mm Länge 0,02 mm (darüber 0,03). Die prüfbare Toleranz ist 0,2 mm (0,3).

#### 2. Bügelmessschraube 0-25 mm nach DIN 863 Teil 1 [6]

Hier sind Grenzwerte für die Abweichungsspanne angegeben. Die Abweichung im Messbereich kann sowohl positiv als auch negativ sein und jeweils den Grenzwert erreichen, aber nicht auf beiden Seiten gleichzeitig. Die Abweichungsspanne gibt also gleichzeitig die Fehlergrenze an. Für den betrachteten Messbereich beträgt die Abweichungsspanne 4  $\mu\text{m}$ , die prüfbare Toleranz also 0,04 mm.

### Anteile der Messunsicherheit

Nach einer vereinfachten Modellbetrachtung setzt sich die Messunsicherheit aus systematischen und zufälligen Anteilen zusammen, siehe Bild 1. Die zufälligen Messabweichungen können aus Wiederholungsmessungen durch Berechnung der Vertrauensgrenzen abgeschätzt werden.

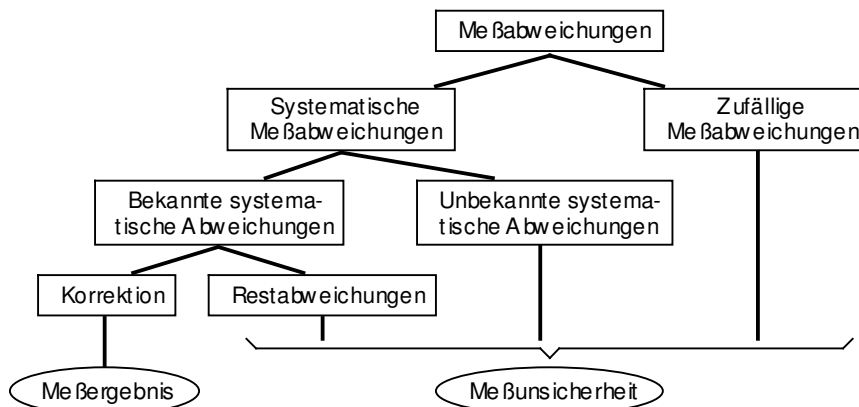


Bild 1: Systematische und zufällige Anteile der Messabweichungen

Unbekannte systematische Messabweichungen lassen sich z.B. aus den Fehlergrenzen der Messeinrichtung abschätzen (siehe oben) oder durch Messungen bestimmen. Bekannte systematische Abweichungen werden zur Korrektur des Messergebnisses verwendet. Die dabei auftretende Messunsicherheit wird als Vertrauensbereich der Restabweichungen mit den abgeschätzten Anteilen der zufälligen und systematischen Messabweichungen zusammengefasst.

Ein Beispiel ist die rechnerische Korrektur von wärmebedingten Längenausdehnungen. Hier sind die Unsicherheiten der Temperaturmessung und der Bestimmung der Ausdehnungskoeffizienten sowie die räumlichen und zeitlichen Temperaturgradienten zu berücksichtigen.

Die Vertrauensgrenzen des korrigierten Messergebnisses sind immer etwas breiter als vor der Korrektur (Bild 2), aber deutlich schmaler als bei Schätzung der systematischen Abweichungen (Bild 3).

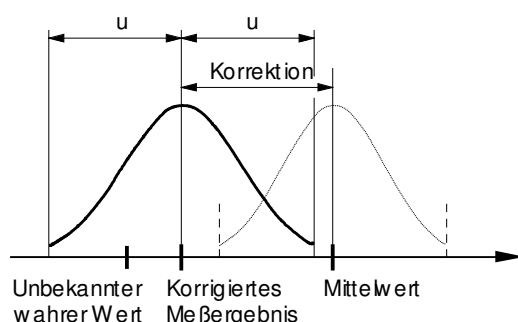


Bild 2: Vertrauensgrenzen für das korrigierte Messergebnis

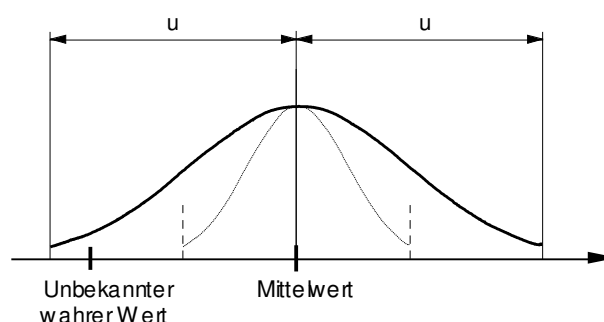


Bild 3: Vertrauensgrenzen für das nicht korrigierte Messergebnis

Als Messergebnis wird der Mittelwert bzw. der korrigierte Mittelwert zusammen mit den Vertrauensgrenzen angegeben. Wird nur ein Einzelwert bestimmt, sind die aus früheren Messungen bekannten Vertrauensgrenzen zu verwenden.

### Vertrauensgrenzen für Messwertverteilungen

Die Berechnung der Vertrauensgrenzen setzt die Kenntnis der Verteilung der Messabweichungen oder eine entsprechende plausible Annahme voraus. Meist wird eine angenäherte Normalverteilung angenommen, bei Stichproben mit relativ wenigen Messwerten die *t*-Verteilung (Studentverteilung; siehe auch [2] und [7]). Nach [2] erhält man die Unsicherheit mit der Standardabweichung  $\sigma$  aus:

$$U = \frac{2 \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \tag{1}$$

Die Messwertanzahl im Nenner gibt den aktuellen Stichprobenumfang an; bei einer Einzelmessung ist  $n=1$ . Ist  $\sigma$  nicht bekannt, wird die Standardabweichung  $s$  aus der Stichprobe selbst berechnet. Für kleine Stichprobenumfänge erhält man die Unsicherheit mit dem Faktor  $t_{1-\alpha/2, n-1}$  der *t*-Verteilung für das zweiseitige Vertrauensniveau  $P=1-\alpha$  zu:

$$U = \frac{1}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha/2, n-1} \cdot s \tag{2}$$

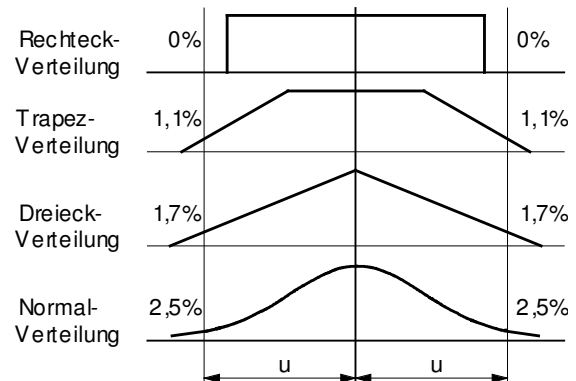
Im Bild 4 sind verschiedene Verteilungen mit gleicher Standardabweichung im Vergleich mit den Vertrauensgrenzen der Normalverteilung eingezeichnet. Diese Vertrauensgrenzen werden bei den anderen Verteilungen nur geringfügig oder gar nicht überschritten. Damit sind keine negativen Auswirkungen auf die Prüfentscheide zu befürchten. Ebenso können die Vertrauensgrenzen ohne weiteres durch Fehlergrenzen ersetzt werden, da letztere per Definition nicht überschritten werden.

In [2] wird ein Weg beschrieben, wie bei Annahme einer Rechteckverteilung aus den Fehlergrenzen zunächst die Standardabweichung berechnet und daraus dann mit dem Faktor 2 Vertrauensgrenzen abgeleitet werden. Dann sind die Fehlergrenzen etwa um 15% enger als die Vertrauensgrenzen, wie das Bild 4 zeigt.

Die Annahme einer bestimmten Verteilung kann bei den wenigen in der Regel zur Verfügung stehenden Messwerten aber kaum einmal tatsächlich überprüft werden. Auch statistische Tests haben

dann keine ausreichende Trennschärfe. In Anbetracht des geringeren Rechenaufwandes erscheint deshalb die Annahme der Normal- bzw.  $t$ -Verteilung in den allermeisten Fällen gerechtfertigt.

Bild 4:  
Verschiedene Verteilungen mit gleicher Standardabweichung im Vergleich mit den Vertrauensgrenzen der Normalverteilung; mit Überschreitungsanteilen



Schwieriger wird die Unsicherheitsschätzung, wenn die Messabweichungen eine schiefe Verteilung (Betragsverteilung) aufweisen. Das ist z.B. bei der Messung von Form- oder einigen Lageabweichungen der Fall. Hier wird die Vertrauensgrenze mit der Annahme einer Normalverteilung aber dann annähernd richtig abgeschätzt, wenn die Goldene Regel eingehalten ist und das Messergebnis in der Nähe der Toleranzgrenze liegt [8]. Ist es nahe Null, sind die tatsächlichen Vertrauensgrenzen zwar breiter, haben aber keinen Einfluss auf die Richtigkeit des Prüfentscheids und sind damit ohne Belang.

### Zusammenfassen von Vertrauensgrenzen

Nach [2] sind die Vertrauensgrenzen durch quadratische Addition zusammenzufassen. Bei den Standardabweichungen ist das in jedem Fall richtig, ebenso bei den Vertrauensgrenzen normalverteilter Messabweichungen. Aber auch bei der Zusammenfassung anderer Verteilungen nähert sich die resultierende Verteilung nach dem zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung immer der Normalverteilung. Für die betriebliche Praxis ist deshalb auch hier die quadratische Addition ausreichend.

Demgegenüber würde man bei der einfachen Addition die Unsicherheit viel zu groß abschätzen. Da es sich bei den Anteilen der Messabweichungen in der Regel um Zufallsgrößen handelt, ist es sehr unwahrscheinlich, dass zwei Einflussgrößen die maximale Abweichung innerhalb der Grenzwerte aufweisen, noch dazu in derselben Richtung.

Zur Veranschaulichung wird für die Endmaßkombination 25,293 mm (Genauigkeitsgrad 1) die Unsicherheit ermittelt. Die Grenzwerte für die Mittenabweichungen der Endmaße sind in [9] festgelegt. Die Istwerte kann man z.B. dem Kalibrierschein entnehmen, ebenso deren Messunsicherheiten. Letztere entsprechen nach [7] einem Vertrauensniveau von etwa 95%.

Die Tabelle 1 enthält alle Daten. Zu beachten ist dabei, dass die Mittenabweichung des Endmaßes 1,003 schon außerhalb der Fehlergrenze liegt, und dass fast alle Mittenabweichungen positive Vorzeichen haben. Trotzdem ist die berechnete systematische Abweichung (0,42  $\mu\text{m}$ ) immer noch kleiner als die abgeschätzte (0,5  $\mu\text{m}$ ) und deutlich kleiner als die Summe der Fehlergrenzen (1,1  $\mu\text{m}$ ). Selbst bei nur zwei Endmaßen wird die tatsächliche Abweichung durch die quadratische Addition der Fehlergrenzen in der Regel nach oben abgeschätzt, während die einfache Addition deutlich zu große Werte liefert. Dasselbe gilt für die Zusammenfassung der Vertrauensgrenzen  $U_S$  für die systematische Abweichung (letzte Spalte), im Bild 1 als Restabweichungen bezeichnet. Die abgeschätzte Unsicherheit des korrigierten Maßes ist mit 0,24  $\mu\text{m}$  deutlich kleiner als die des unkorrigierten (0,5  $\mu\text{m}$ ).

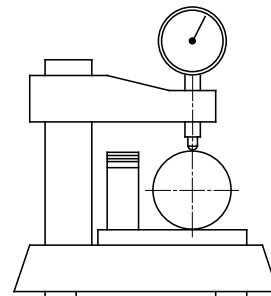
Tabelle 1: Fehlergrenzen, Abweichungen und Unsicherheiten der Endmaßkombination 25,293 mm für den Genauigkeitsgrad 1 nach DIN 861 Teil 1

1	2	3	4	5	6
Nennmaße der Endmaße	Fehlergrenzen nach DIN 861 Teil 1	Quadrate der Fehlergrenzen	Mittenabweichungen laut Kalibrierschein	Unsicherheiten laut Kalibrierschein	Quadrate der Unsicherheiten
$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$
20	0,30	0,09	0,10	0,120	0,0144
2	0,20	0,04	0,06	0,102	0,0104
1,2	0,20	0,04	0,13	0,101	0,0102
1,09	0,20	0,04	-0,16	0,101	0,0102
1,003	0,20	0,04	0,29	0,101	0,0102
-----	-----	$\Sigma = 0,25$	-----	-----	$\Sigma = 0,0554$
25,293	1,10	0,50	0,42	0,525	0,24
Endmaßkombination	Maximale systematische Abweichung	Geschätzte systematische Abweichung	Berechnete systematische Abweichung	Maximale Unsicherheit	Unsicherheit der systematischen Abweichung

### Vollständiges Messergebnis

Die Endmaßkombination wird zur Nullstellung eines Feinzeigers verwendet, der in einen Messständer eingespannt ist. Mit der Messeinrichtung werden die Durchmesser von Bolzen durch Unterschiedsmessung ermittelt, siehe Bild 5.

Bild 5:  
Messung von Bolzendurchmessern  
als Unterschiedsmessung



Am ersten Bolzen erhält man z.B. bei fünf Messungen die Anzeigewerte 0,5 - 0,4 - 0,8 - 0,2 - 0,6  $\mu\text{m}$ . Das ergibt einen Mittelwert von 0,5  $\mu\text{m}$  und eine Standardabweichung von rund 0,22  $\mu\text{m}$ . Die Vertrauensgrenze ist nach (2) mit  $t_{0,975,4}=2,776$   $U_P=0,62$   $\mu\text{m}$ . Die Standardabweichung des Gerätes beträgt 0,1  $\mu\text{m}$ . Sie wird bei der Nulleinstellung des Feinzeigers wirksam. Die Vertrauensgrenze ergibt sich für die Einzelmessung nach (1) zu  $U_M=0,2$   $\mu\text{m}$ . Das Istmaß der korrigierten Endmaßkombination wird mit der Unsicherheit  $U_S=0,24$   $\mu\text{m}$  angegeben (Tabelle 1). Die quadratische Addition der drei Vertrauensgrenzen  $U_P$ ,  $U_M$  und  $U_S$  liefert eine Unsicherheit von 0,7  $\mu\text{m}$ . Der Durchmesser des Bolzens beträgt also 25,2939 mm  $\pm$  0,7  $\mu\text{m}$ . Nach der Goldenen Regel erhält man eine prüfbare Toleranz von 7  $\mu\text{m}$ . Den größten Anteil an der Unsicherheit liefert  $U_P$ . Die Ursache kann zum Beispiel in den Formabweichungen der Oberfläche des Bolzens liegen.

### Messunsicherheit und Prozessfähigkeit

Heute werden vielfach die Prozessfähigkeitsindizes  $c_p$  und  $c_{pk}$  berechnet, wobei die Forderung (mit  $G$  für den oberen bzw. unteren Grenzwert) lautet:

$$c_p = \frac{T}{6\sigma} \geq 1,33 \quad \text{und} \quad c_{pk} = \frac{|\bar{x} - G|}{3\sigma} \geq 1,33 \quad (3)$$

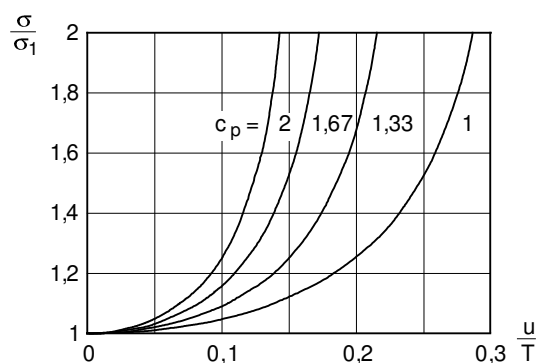
Die Prozessgesamstreuung  $\sigma$  entsteht aber erst bei der Messung durch Überlagerung der unbekanntes Prozesseigenstreuung  $\sigma_1$  mit der davon unabhängigen Streuung der Messeinrichtung  $\sigma_2$  nach der Beziehung:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (4)$$

Die unvermeidliche Vergrößerung der Prozessgesamstreuung kann durch die Auswahl einer Messeinrichtung mit entsprechend kleiner Unsicherheit begrenzt werden. Bei Einzelmessungen und normalverteilten Messabweichungen ist nach (1)  $U \approx 2\sigma_2$ . Mit den Gleichungen (3) und (4) erhält man die Abhängigkeit des Verhältnisses von  $\sigma$  und  $\sigma_1$  von der Messunsicherheit  $u$  (siehe auch Bild 6):

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = \sqrt{1 - \left(3c_p \frac{u}{T}\right)^2} \quad (5)$$

Bild 6:  
Zusammenhang zwischen der Messunsicherheit und dem Verhältnis der Prozessgesamstreuung  $\sigma$  zur Prozesseigenstreuung  $\sigma_1$



So ist beispielsweise bei  $c_p=1,33$  und  $U/T=0,2$  das Verhältnis  $\sigma/\sigma_1=1,67$  bzw. die Prozessgesamstreuung  $\sigma$  rund 67% größer als die Prozesseigenstreuung  $\sigma_1$ . Bei  $U/T=0,1$  entsprechend der Goldenen Regel ist aber  $\sigma$  nur 9% größer als  $\sigma_1$ . Dieser Betrag kann aber im Vergleich mit dem Vertrauensbereich der abgeschätzten Prozessgesamstreuung fast vernachlässigt werden, der z.B. bei  $n=100$  Messwerten und dem Vertrauensniveau 95% zwischen  $0,88\sigma$  und  $1,16\sigma$  liegt.

Wird die Unsicherheit der Messeinrichtung deutlich größer als der Grenzwert nach der Goldenen Regel, hat sie einen nicht mehr zu vernachlässigenden Anteil an der Prozessgesamstreuung  $\sigma$ . Umgekehrt kann eine kleinere Messunsicherheit die Prozessfähigkeit verbessern.

Eine zweite Möglichkeit dazu ist die Vergrößerung der Toleranz. Die Grenzwerte der Zeichnung dienen nur zur Beurteilung der Ergebnisse von Einzelmessungen, wie sie typisch für die Kleinserienfertigung sind. In der Großserien- und Massenfertigung wird dagegen häufig die Prozessfähigkeit mit prozessorientierten Shewhart-Regelkarten überwacht, wobei die Entscheidungen zum Eingriff anhand von Stichprobenergebnissen getroffen werden. Bei  $c_p$ - und  $c_{pk}$ -Werten größer als 1,33 fallen praktisch keine Einzelergebnisse außerhalb der Toleranzgrenzen. Diese sind also für die Prozesssteuerung ohne Bedeutung und dienen nur zur Berechnung der Fähigkeitsindizes. Zur Vergrößerung der Toleranzen sollten die Möglichkeiten der statistischen Toleranzrechnung ausgenutzt werden.

### Messgerätfähigkeit

Analog zu den Prozessfähigkeitsindizes  $c_p$  und  $c_{pk}$  werden verschiedentlich auch solche Indizes für die Messgerätfähigkeit diskutiert. Dabei werden Standardabweichungen aus Wiederhol- und aus Vergleichsmessungen sowie an Normalen bestimmte systematische Abweichungen zu (mehr oder weniger willkürlich) festgelegten Anteilen der Toleranz ins Verhältnis gesetzt. Der Vorteil gegenüber der Ermittlung der Messunsicherheit liegt darin, dass keine Fehlergrenzen, sondern immer Messergebnisse verwendet werden.

Wie bei der Prozessfähigkeit ist dieses Vorgehen aber nur sinnvoll, wenn die Toleranzen der Prüfmerkmale feststehen und die Messbedingungen immer konstant sind. In der Einzel- oder Kleinserienfertigung wird das kaum der Fall sein, so dass der Anwendungsbereich dieses Verfahrens begrenzt ist. Als weiteren Nachteil sagen die Fähigkeitsindizes nichts über die Auswirkung der Messunsicherheit auf die Prozessfähigkeit aus. Die Gleichung (5) beschreibt dagegen genau diesen Zusammenhang. Jeder Anwender kann damit selbst beurteilen, wie weit die Prozessfähigkeitsindizes durch die Messunsicherheit beeinflusst werden.

Fragwürdig erscheint dagegen die Ermittlung des Index für die Vergleichspräzision, der z.B. den Einfluss verschiedener Bediener, Messgeräte oder Standorte sichtbar machen soll. Bei der Messung von mehreren Werkstücken aus der Fertigung geht die Fertigungsstreuung zu einem großen Anteil in das Ergebnis ein und überlagert sich mit den gesuchten Einflüssen. Eine klare Aussage ist nicht möglich.

Auf der anderen Seite können alle genannten Einflüsse aber durch entsprechende Vertrauensgrenzen erfasst werden (Vergleichspräzision), indem dieselben Werkstücke mehrfach unter verschiedenen Bedingungen gemessen werden.

Ein spezielles Problem ist die Ermittlung der Fähigkeitsindizes für Koordinatenmessgeräte. Hier wird das Messprogramm mehrmals hintereinander abgefahren und die Oberfläche an immer denselben Punkten angetastet. So wird zwar die Wiederholbarkeit, aber nicht der Einfluss der Zahl und Lage der Antastpunkte auf der mit Formabweichungen behafteten Oberfläche erfasst. Dazu wären bei jedem Durchgang andere Punkte der Oberfläche anzutasten. Die heutigen Koordinatenmessgeräte bieten diese Möglichkeit jedoch in der Regel nicht.

Auf der anderen Seite ist das Vorgehen zur Abschätzung der Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen unter Berücksichtigung der genannten Anforderungen schon mehrfach beschrieben worden und harret nur noch der breiten Anwendung [8, 10]. Hier kann für jede einzelne Messung die Unsicherheit angegeben und mit der Toleranz verglichen werden.

### Unsicherheit bei Koordinatenmessungen

Die Koordinatenmessung hat den Charakter einer Stichprobenprüfung. Aus einer meist relativ kleinen Zahl von Messwerten werden mittlere idealgeometrische Ersatzelemente berechnet. Aus den Abweichungen der Messpunkte zu diesen Elementen lassen sich die Standardabweichung  $s$  und die Vertrauensgrenzen der Parameter abschätzen [8, 10]. Das Bild 7 zeigt als Beispiel die Vertrauensbereiche des Mittelpunktes und der Umfangslinie eines Kreises aus zwanzig Messpunkten.

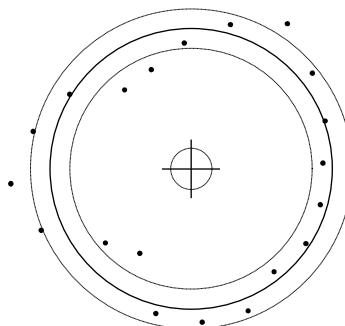


Bild 7:  
Vertrauensbereiche eines  
Ausgleichskreises aus zwanzig  
Messpunkten

Die Tabelle 2 gibt als Beispiel die Unsicherheit des Kreisdurchmessers an. Sie wird mit steigender Messpunktzahl kleiner. Die Gleichung lautet:

$$U_D = \frac{2}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha/2, n-3} \cdot s \quad (6)$$

Die aktuelle Unsicherheit erhält man durch Multiplikation des Faktors aus Tabelle 2 mit der Standardabweichung. Sie kann wieder mit der Toleranz verglichen werden.

In den Abweichungen der Messpunkte überlagern sich die eigentlichen Messabweichungen mit den Formabweichungen der Oberfläche. Je größer letztere und die Messpunktzahl sind, desto größer ist der systematische Anteil der Messabweichungen. Die Messunsicherheit kann dann zu groß abgeschätzt werden.

Realistische Unsicherheiten erhält man, wenn die systematischen von den zufälligen Messwertanteilen getrennt werden. Die systematischen Messwertanteile beschreiben die reale Oberflächengestalt. Weiter lassen sich funktionsgerechte idealgeometrische Ersatzelemente und deren Messunsicherheiten berechnen. Die Unsicherheitsangaben enthalten dann sowohl die abgeschätzten systematischen Abweichungen als auch ggf. die Unsicherheiten der durchgeführten Korrekturen, z.B. für die Maßstabs- und Führungsabweichungen und die Temperatur [8, 10].

Tabelle 2: Unsicherheit des Kreisdurchmessers; Bedingungen:

- Gleichabständige Messpunkte am Kreisumfang
- Unabhängige Abweichungen zum Ausgleichskreis
- Vertrauensniveau  $P=95\%$
- Standardabweichung  $s=1$

Messpunktanzahl $n$	4	8	16	32	64	125	250	500	1000
Durchmesserunsicherheit $U_D/s$	12,7	1,8	1,1	0,7	0,5	0,35	0,25	0,17	0,13

### Zusammenfassung

- Zur Vergleichbarkeit der Messunsicherheiten sollten sie immer für ein Vertrauensniveau von 95% angegeben werden.
- Die Goldene Regel gestattet die Ableitung prüfbarer Toleranzen bzw. die Auswahl geeigneter Prüfmittel.
- Die Fehlergrenzen von Messmitteln sind ein brauchbarer Ersatz für unbekannte Vertrauensgrenzen.
- Für die Messabweichungen kann in der Regel eine Normal- bzw. t-Verteilung angenommen werden.
- Vertrauensgrenzen und Fehlergrenzen werden durch quadratischen Addition zur Messunsicherheit zusammengefasst.
- Die Messunsicherheit beeinflusst unmittelbar die Prozessfähigkeitsindizes.
- Bei hohen Forderungen an die Prozessfähigkeit sind die Grenzwerte der Messunsicherheit nach der Goldenen Regel zu groß.
- Die Prozessfähigkeit kann auch durch die Erweiterung der Toleranz verbessert werden.
- Indizes zur Messgerätefähigkeit liefern gegenüber der Angabe der Messunsicherheit keine neuen Erkenntnisse.
- Die Unsicherheit von Koordinatenmessgeräten ist unter Berücksichtigung des Einflusses von Zahl und Lage der Antastpunkte zu ermitteln.
- Bei Koordinatenmessungen kann für jedes einzelne Messergebnis eine Unsicherheit angegeben werden.

### Literatur

- [1] Internationales Wörterbuch der Metrologie. Beuth Verlag, Berlin Wien Zürich 1994
- [2] Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen. Beuth Verlag, Berlin Köln 1995 (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. ISO, Genf 1993)
- [3] Dietzsch, M.; Lunze, U.: Toleranzverständnis für eine wirtschaftliche Fertigung. Qualität und Zuverlässigkeit, München 39 (1994) 4, S. 424-428
- [4] DIN ISO 14253-1 (Entwurf 1995): Geometrische Produktspezifikationen (GPS); Prüfung von Werkstücken und Messgeräten durch Messungen; Teil 1: Entscheidungsregeln für die Feststellung von Übereinstimmung oder Nicht-Übereinstimmung mit der Spezifikation (Vorschrift)
- [5] DIN 862 (1988): Messschieber; Anforderungen, Prüfung
- [6] DIN 863 Teil 1 (1983): Messschrauben; Bügelmessschrauben Normalausführung; Begriffe, Anforderungen, Prüfung
- [7] DKD-3: Ermittlung von Messunsicherheiten. Deutscher Kalibrierdienst, Braunschweig 1991
- [8] Hernla, M.: Abschätzung der Messunsicherheit von Koordinatenmessungen unter den Bedingungen der industriellen Fertigung. VDI-Fortschrittberichte Reihe 2, Nr. 274, 1992
- [9] DIN 861 Teil 1 (1980): Parallelendmaße; Begriffe, Anforderungen, Prüfung
- [10] Hernla, M.: Die Unsicherheit von angrenzenden Formelementen. Qualität und Zuverlässigkeit, München 38 (1993) 6, S. 373-378