

# Messunsicherheit bei nicht korrigierten systematischen Messabweichungen

*Michael Hernla, Dortmund*

Manuskripteingang: 11. Juli 2007; zur Veröffentlichung angenommen: 27. Juli 2008

Nach dem Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen (GUM) sind bekannte systematische Messabweichungen immer zu korrigieren. In der messtechnischen Praxis wird das jedoch häufig unterlassen, weshalb die systematischen Abweichungen in der Messunsicherheit zu berücksichtigen sind. Dabei muss zwischen Kalibrierkurven und einzelnen systematischen Abweichungen unterschieden werden. In diesem Beitrag werden gängige Näherungen zur Ermittlung der Messunsicherheit gegenübergestellt und im Vergleich zur analytischen Lösung bewertet.

**Schlagwörter:** Messunsicherheit, systematische Messabweichung, Korrektion, Kalibrierkurve

## Uncertainty of Measurement with Uncorrected Systematic Deviations

According to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM), known systematic deviations have to be corrected. However, in measurement practice this is often neglected, and the systematic deviations have to be taken into account in evaluating the uncertainty of measurement. The procedure has to distinguish between calibration curves and single systematic deviations. In this article the usual procedures for the evaluation of uncertainty are discussed and verified in comparison to the analytic solution.

**Keywords:** Uncertainty of measurement, systematic deviation, correction, calibration curve

### 1 Einleitung

Der Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen (GUM) [1] ist die international verbindliche Grundlage für die Ermittlung von Messunsicherheiten. Er stellt Regeln für die Angabe der Messunsicherheit im Bereich der Normung, Kalibrierung sowie Akkreditierung von Laboratorien und metrologischen Diensten bereit.

Systematische Messabweichungen treten in der Praxis z. B. bei der Bestimmung des Übertragungsverhaltens von Messeinrichtungen oder bei der Bestimmung des thermischen Längenausdehnungskoeffizienten auf. Meist wird dabei ein nichtlineares Verhalten durch eine lineare Funktion angenähert, sodass die Nichtlinearität

in der Unsicherheit der Näherungsfunktion zu berücksichtigen ist. Weit verbreitet sind auch Längenmessungen bei Temperaturen, die von der Bezugstemperatur 20 °C abweichen, ohne die dadurch verursachten Längenmessabweichungen zu korrigieren.

Nach dem GUM sind bekannte systematische Abweichungen immer zu korrigieren. Um die nicht korrigierten systematischen Abweichungen trotzdem in der Messunsicherheit zu berücksichtigen, werden in der Praxis verschiedene Näherungsverfahren eingesetzt. Diese liefern mehr oder weniger vom GUM-Verfahren abweichende Unsicherheiten, die aber in manchen Fällen für den Verwendungszweck durchaus ausreichen können.

In diesem Beitrag wird zunächst ein kurzer Überblick über das GUM-Verfahren gegeben, soweit es für

die darauf folgenden Ausführungen notwendig ist. Dann werden die Messunsicherheiten bei Kalibrierkurven und einzelnen systematischen Abweichungen sowie die entsprechenden Näherungen untersucht. Zum Abschluss wird ein spezielles Verfahren zur Ermittlung der Messunsicherheit diskutiert, das mit einem kalibrierten Werkstück arbeitet.

## 2 GUM-Verfahren

Die Messunsicherheit ist im Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen (GUM) definiert als ein „Parameter, der die Streuung der Werte kennzeichnet, die vernünftigerweise der Messgröße zugeordnet werden könnte“ [1].

Ein wesentlicher Vorzug des GUM ist die einheitliche Vorgehensweise zur Ermittlung der Messunsicherheit. Für die im mathematischen Modell der Messung enthaltenen Einflussgrößen  $X_i$  werden Standardunsicherheiten  $u(x_i)$  und Sensitivitätskoeffizienten  $c_i$  berechnet, deren Produkte als Unsicherheitsbeiträge  $u_i(y)$  in die Standardunsicherheit  $u(y)$  der Messgröße  $Y$  eingehen. Dieses Vorgehen ist unabhängig davon, ob es sich um zufällige oder systematische Einflüsse handelt. Es wird lediglich unterschieden, auf welche Weise die Standardunsicherheiten  $u(x_i)$  der Einflussgrößen ermittelt wurden: entweder nach der Methode A aus Messungen oder nach der Methode B aus anderen Quellen.

Um die erweiterte Messunsicherheit  $U$  zu erhalten, wird die Standardunsicherheit der Messgröße  $u(y)$  mit dem Erweiterungsfaktor  $k$  multipliziert, der in der Regel für ein festgelegtes Vertrauensniveau von  $P = 95\%$  mit  $k = 2$  gewählt wird:

$$U = k \cdot u(y) \quad (1)$$

Dieses Vorgehen soll möglichst auch bei den bekannten, aber nicht korrigierten systematischen Abweichungen angewendet werden.

## 3 Kalibrierkurven

### 3.1 GUM-Verfahren nach Anhang F.2.4.5

Bei der Bestimmung des Übertragungsverhaltens von Messeinrichtungen oder bei der Bestimmung des thermischen Ausdehnungskoeffizienten wird häufig ein nichtlineares Verhalten durch eine lineare Funktion angenähert. Dieser Umstand ist dann durch eine entsprechend größere Messunsicherheit zu berücksichtigen.

Ein „vergleichsweise einfaches Herangehen“ ist im Anhang F.2.4.5 des GUM beschrieben. Zunächst wird

eine mittlere Korrektur  $\bar{b}$  für die  $n$  Messwerte berechnet:

$$\bar{b} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i \quad (2)$$

Dann ermittelt man den besten Schätzwert der Messgröße  $Y(t)$  als  $y'(t) = y(t) + \bar{b}$ , wobei  $y(t)$  der beste unkorrigierte Schätzwert von  $Y(t)$  ist. Die dazugehörige Varianz erhält man aus den Abweichungen der einzelnen Korrekturen von ihrem Mittelwert, wobei die Unsicherheit für die tatsächliche Ermittlung der Korrektur unberücksichtigt bleibt:

$$u^2(\bar{b}) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (b_i - \bar{b})^2 \quad (3)$$

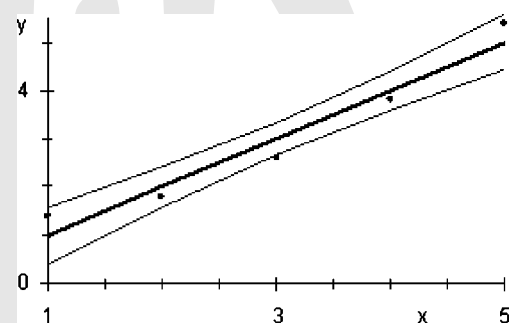
Die mittlere Varianz für die tatsächliche Ermittlung der Korrektur ergibt sich aus den Unsicherheiten  $u(y_{mi})$  der Näherungsfunktion an den Messstellen  $(x_i, y_i)$ :

$$u^2(b(t)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u^2(y_{mi}) \quad (4)$$

Dazu kommt noch die mittlere Varianz der Messwerte, die sich aus allen weiteren Einflüssen außer der Korrektur  $b_i$  ergibt, wobei  $u(y_i)$  die Standardunsicherheit des einzelnen Messwertes  $y_i$  ist:

$$u^2(y(t)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u^2(y_i) \quad (5)$$

Die Standardunsicherheit, die für alle Schätzwerte  $y'(t) = y(t) + \bar{b}$  der Messgröße gilt, ist dann die positive



**Bild 1:** Approximation eines nichtlinearen Verhaltens durch eine Ausgleichsgerade, mit Vertrauensbereichen (s. Tabelle 1).

**Figure 1:** Approximation of a non-linear behaviour by a mean straight line, with confidence intervals (see Table 1).

Messwerte		Mittlere Gerade	Differenz (Korrektion)	Standardunsicherheit	Erweiterte Unsicherheit
$x_i$	$y_i$	$y_{mi}$	$b_i = y_i - y_{mi}$	$u(y_{mi})$	$U = k \cdot u(y_{mi})$
1	1,4	1,0	0,4	0,29	0,58
2	1,8	2,0	-0,2	0,20	0,41
3	2,6	3,0	-0,4	0,17	0,33
4	3,8	4,0	-0,2	0,20	0,41
5	5,4	5,0	0,4	0,29	0,58

**Tabelle 1:** Approximation eines nichtlinearen Verhaltens durch eine Ausgleichsgerade (s. Bild 1).  
**Table 1:** Approximation of a non-linear behaviour by a mean straight line (see Figure 1).

Quadratwurzel aus der Summe der drei Varianzen (3) bis (5):

$$u(y) = \sqrt{u^2(b) + u^2(b(t)) + u^2(y(t))} \tag{6}$$

Daraus wird nach (1) die erweiterte Messunsicherheit berechnet. Zur Veranschaulichung ist in Tabelle 1 ein Beispiel angegeben; das Bild 1 zeigt die Messwerte mit der Ausgleichsgeraden und deren Vertrauensbereichen.

Die erweiterten Unsicherheiten  $U_i$  der mittleren Geraden in Tabelle 1 und Bild 1 ergeben sich wieder nach (1) aus den Standardunsicherheiten  $u(y_{mi})$ .

In dem Beispiel wird zur Vereinfachung vorausgesetzt, dass die Standardunsicherheiten  $u(y_i)$  der einzelnen Messwerte  $y_i$  vernachlässigbar klein sind. Die mittlere Varianz der Messwerte aus allen weiteren Einflüssen außer der Korrektion  $b_i$  nach (5) ist damit null. Damit erhält man aus (6) die Standardunsicherheit der Messgröße  $u(y) = 0,44$  und aus (1) die erweiterte Messunsicherheit  $U = 0,89$ .

### 3.2 Näherung

Ebenfalls im Anhang F.2.4.5 des GUM wird ein Verfahren erwähnt, dessen Anwendung nicht empfohlen wird, das in der Praxis jedoch immer wieder anzutreffen ist (s. z. B. [2]). Danach wird einfach die größte Korrektion  $b_{max}$  zur größten erweiterten Unsicherheit  $U_{max}$  addiert:

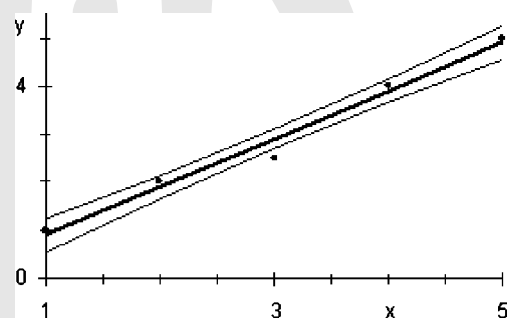
$$U' = U_{max} + |b_{max}| \tag{7}$$

Für das Beispiel aus Tabelle 1 ergibt sich  $U' = 0,98$ , also rund 10% mehr als der richtige Wert. Mit dieser Überschätzung der Messunsicherheit kann man vielleicht nicht unbedingt bei Kalibrierungen, aber bei Messungen in der betrieblichen Praxis durchaus leben. Allerdings hängt das Verhältnis der beiden Unsicherheiten zusätzlich von der Anzahl der Messwerte, den Messwerten selbst und den weiteren Einflüssen außer der Korrektion  $b_i$  ab, die in dem Beispiel zunächst vernachlässigt wurden.

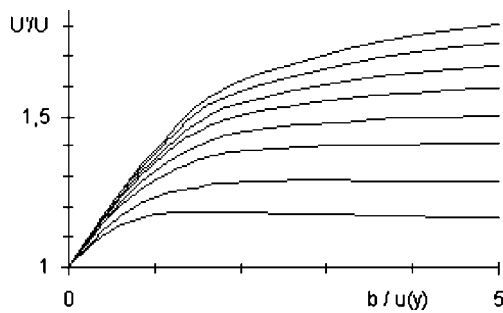
### 3.3 Diskussion

Die Näherung (7) liefert die größten Messunsicherheiten, wenn ein Messwert in der Mitte gegenüber den anderen stark von der mittleren Geraden abweicht, s. Bild 2. Dann ergibt sich mit (6) und (1)  $U = 0,53$ , nach (7) aber  $U' = 0,75$ . Die Unsicherheit der Näherung ist also um den Faktor 1,4 oder rund 40% größer. Das dürfte auch unter Werkstattbedingungen nicht zufriedenstellen.

Zur Orientierung werden im Bild 3 für verschiedene Messwertzahlen die Verhältnisse  $U'/U$  der Unsicherheit  $U'$  der Näherung zur Unsicherheit  $U$  nach dem GUM-Verfahren dargestellt. Auf der Abszisse ist das Verhältnis der extremen Abweichung  $b$  (wie im Bild 2) zur mittleren Standardunsicherheit  $u(y)$  der Messgröße aufgetragen, die alle weiteren Einflüsse außer der Korrektion  $b_i$  enthält. Es handelt sich also um die jeweils größtmöglichen Verhältnisse, die für die ungünstigste Bedingung einer einzelnen extremen Abweichung in der Mitte gelten. In den meisten praktischen Fällen wird der Unterschied zwischen den beiden Verfahren kleiner sein.



**Bild 2:** Approximation von Messwerten mit einer extremen Abweichung in der Mitte durch eine Ausgleichsgerade, mit Vertrauensbereichen.  
**Figure 2:** Approximation of measured values with an extreme deviation in the center by a straight equalization line, with confidence intervals.



**Bild 3:** Maximale Verhältnisse der Näherung  $U'$  zur Unsicherheit  $U$  für die Messwertzahlen  $n = 3$  (untere Kurve) bis  $n = 10$  (obere Kurve).

**Figure 3:** Maximum ratio of the approximation  $U'$  to the uncertainty  $U$  for the number of measured values  $n = 3$  (lower curve) until  $n = 10$  (upper curve).

Bei  $n = 3$  Messwerten wird die Unsicherheit durch das Näherungsverfahren maximal um 18% überschätzt. Ist die extreme Abweichung  $b$  kleiner als die mittlere Standardunsicherheit  $u(y)$  der Messgröße, so fällt der Unterschied stark ab. Deshalb kann es in der Praxis in den meisten Fällen vertretbar sein, mit der Näherung eine relativ geringe Überschätzung der Messunsicherheit in Kauf zu nehmen. Damit lässt sich z. B. das Vorgehen in [2] rechtfertigen, wo die Linearitätsabweichung von Messeinrichtungen durch Messungen an drei Normalen innerhalb des Spezifikationsbereiches bestimmt wird, wobei die Ist-Maße der Normale in der Mitte und an den beiden Grenzen des Spezifikationsbereiches liegen. So beträgt der Unterschied zwischen den beiden Verfahren bei dem Beispiel 4 von Anhang 9 in [2] weniger als 3%.

Bei mehr als drei Messwerten muss allerdings die extreme Abweichung  $b$  deutlich kleiner als die mittlere Standardunsicherheit  $u(y)$  der Messgröße werden, um die richtige Unsicherheit um nicht mehr als 10% zu überschätzen. Im Zweifelsfall muss dann doch die Unsicherheit nach dem GUM-Verfahren ermittelt werden.

## 4 Einzelne systematische Abweichungen

### 4.1 Näherungen

Obwohl nach dem Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen (GUM) systematische Abweichungen immer zu korrigieren sind, wird das in der messtechnischen Praxis häufig unterlassen. Das betrifft weniger den eigentlichen Geltungsbereich als vielmehr die

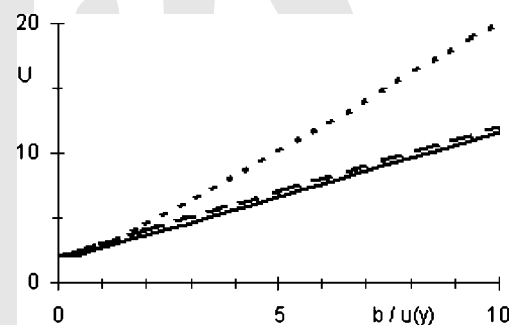
betriebliche bzw. industrielle Praxis, z. B. [2]. So sind Längenmessungen bei Temperaturen weit verbreitet, die von der Bezugstemperatur  $20\text{ °C}$  abweichen, ohne die dadurch verursachten Längenmessabweichungen zu korrigieren. Darüber hinaus wird in der Vornorm DIN ISO/TS 15530-3 [3] ein Verfahren beschrieben, bei dem die systematische Messabweichung durch Messungen an einem kalibrierten Werkstück bestimmt und in der Messunsicherheit berücksichtigt wird.

Die einfachste Möglichkeit dazu ist die lineare Addition des Betrages der systematischen Messabweichung  $b$  zu der erweiterten Messunsicherheit  $U$  nach (1). Diese enthält auch die Unsicherheit, mit der  $b$  selbst bestimmt wurde:

$$U' = U + |b| \quad (8)$$

Dieses Vorgehen lässt sich jedoch nicht mit den oben erwähnten Grundsätzen des GUM vereinbaren, da hier nicht die Standardunsicherheit  $u(y)$  mit dem Erweiterungsfaktor  $k$  multipliziert wird. Deshalb wird vielfach als Alternative vorgeschlagen, die systematische Abweichung  $b$  als Grenzwert einer Zufallsverteilung zu behandeln, bei der die Werte  $+b$  und  $-b$  auftreten können. Da es genau zwei mögliche Fälle gibt, wird diese theoretische Verteilung auch als Bimodalverteilung bezeichnet. Die Standardunsicherheit  $u'(y)$  der Messgröße  $Y$  ergibt sich dann durch quadratische Addition der Standardunsicherheit  $u(y)$  für alle anderen  $N$  Einflussgrößen (außer  $b$ ) mit der systematischen Abweichung  $b$ . Sie enthält auch die Unsicherheit, mit der  $b$  selbst bestimmt wurde:

$$u'(y) = \sqrt{u^2(y) + b^2} \quad \text{mit} \quad u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)} \quad (9)$$



**Bild 4:** Erweiterte Messunsicherheiten  $U$  nach (8) (gestrichelt), nach (9) und (1) mit  $k = 2$  (gepunktet) und exakte Lösung (durchgezogen).

**Figure 4:** Expanded uncertainties  $U$  according to (8) (dashed line), to (9) and (1) with  $k = 2$  (dotted line) and exact solution (solid line).

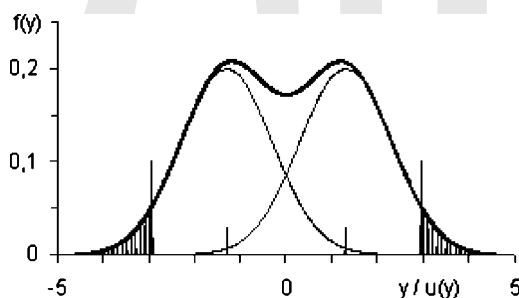
Diese Betrachtungsweise ist nicht ganz korrekt, da es sich bei der systematischen Abweichung per Definition eben um keine Zufallsgröße, sondern um eine nach Betrag und Vorzeichen bekannte Größe handelt. Sie lässt sich aber auch so interpretieren, dass sich aufgrund der unterlassenen Korrektur später nicht mehr rekonstruieren lässt, welches Vorzeichen die systematische Abweichung  $b$  hatte. Sie kann also (in den meisten Fällen) mit gleicher Wahrscheinlichkeit positiv oder negativ sein.

Mit der Standardunsicherheit  $u'(y)$  nach (9) und der erweiterten Messunsicherheit  $U$  nach (1) mit  $k = 2$  geht die systematische Abweichung  $b$  aber mit dem doppelten Betrag in  $U$  ein. Die Unsicherheit ist damit deutlich größer als die Näherung nach (8), s. Bild 4. Die große Differenz der beiden Verfahren macht es notwendig, für eine fundierte Bewertung die richtige Messunsicherheit als exakte Lösung zu ermitteln.

## 4.2 Erweiterte Messunsicherheit

Bei der Bimodalverteilung treten genau zwei Fälle auf: Entweder hat die Größe den Wert  $+b$  oder den Wert  $-b$ . Sind jetzt eine Einflussgröße  $X_i$  bimodalverteilt und alle anderen z. B. normalverteilt, so überlagern sich diese zur resultierenden Verteilung der Messgröße  $Y$ . Diese ist nur für den Sonderfall  $b = 0$  eine Normalverteilung, für die der Erweiterungsfaktor in (1)  $k = 2$  ist. Im allgemeinen Fall ergibt sich eine zweigipflige Verteilung, wie sie das Bild 5 in einem Beispiel zeigt.

Wie man sieht, erhält man für große systematische Abweichungen  $b$  zwei voneinander unabhängige und normalverteilte Zweige einer zweigipfligen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, deren Mittenabstand gerade  $2 * b$  beträgt, und bei denen das Wahrscheinlichkeitsintegral jeweils den Wert 0,5 hat. Der jeweils zulässige Über-



**Bild 5:** Zweigipflige Verteilung aus Bimodalverteilung mit  $b = 1,3 * u(y)$  und Normalverteilung mit  $u(y) = 1$  sowie Vertrauensgrenzen.

**Figure 5:** Twin-peak distribution from bimodal distribution with  $b = 1.3 * u(y)$  and normal distribution with  $u(y) = 1$ , with confidence intervals.

schreitungsanteil für das Vertrauensniveau  $P = 95\%$  ist schraffiert dargestellt.

Die erweiterte Messunsicherheit der resultierenden zweigipfligen Verteilung hängt von der Verteilungsform und von dem gewählten Vertrauensniveau ab. Abhängig vom Verhältnis der systematischen Abweichung  $b$  zur Standardunsicherheit  $u(y)$  muss deshalb der Erweiterungsfaktor  $k$  im Einzelfall ermittelt werden. Sind die beiden Zweige normalverteilt, ist das relativ einfach: Aus der Verteilung der Messgröße wird der Erweiterungsfaktor  $k$  bestimmt, für den sich nach (1) ein Anteil von 5% außerhalb der erweiterten Messunsicherheit  $U$  ergibt, d. h. auf jeder Seite 2,5%.

Das entspricht den einseitigen Vertrauensgrenzen der beiden Zweige für das Vertrauensniveau  $P = 95\%$ . Die erweiterte Messunsicherheit ergibt sich mit dem entsprechenden Quantil der Normalverteilung aus:

$$U' = k \cdot u(y) + |b| \quad \text{mit } k = 1,645 \quad \text{für } b \geq 1,3 \quad (10)$$

Das entspricht aber bis auf den Erweiterungsfaktor  $k$  den Gleichungen (1) und (8). Mit  $b = 1,3 * u(y)$  aus Bild 5 erhält man  $U = 2,945$ . Für vernachlässigbar kleine systematische Abweichungen ( $b = 0$ ) ist der Erweiterungsfaktor  $k = 1,96$ . Für größere  $b$  wird er kleiner und nähert sich an 1,645 an.

Für die Berechnung nach (1) mit der Standardunsicherheit  $u'(y)$  der Messgröße aus (9) muss zusätzlich der Erweiterungsfaktor umgerechnet werden:

$$k' = \frac{k * u(y) + |b|}{u'(y)} \quad (11)$$

Für  $b = 1,3 * u(y)$  aus Bild 5 erhält man  $u'(y) = 1,64$ ,  $k' = 1,796$  und  $U = 2,945$ . Für vernachlässigbar kleine systematische Abweichungen ( $b = 0$ ) ist auch hier  $k' = 1,96$ . Für größere  $b$  wird der Erweiterungsfaktor  $k'$  kleiner und nähert sich an 1 an. Die Standardunsicherheit  $u(y)$  ist dann gegenüber der systematischen Abweichung  $b$  vernachlässigbar klein.

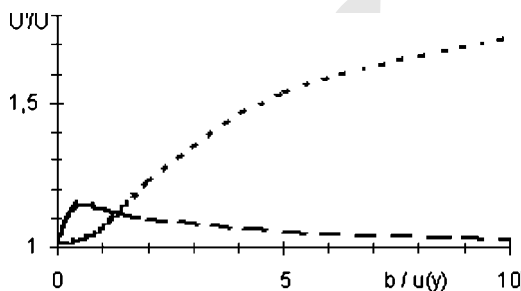
## 4.3 Diskussion

Die erweiterte Messunsicherheit der Bimodalverteilung nach (9), (11) und (1) ist identisch mit der aus (10). Sie ist im Bild 4 als durchgezogene Linie eingezeichnet. Das Bild 6 zeigt die relativen Abweichungen der beiden Näherungen von der exakten Lösung.

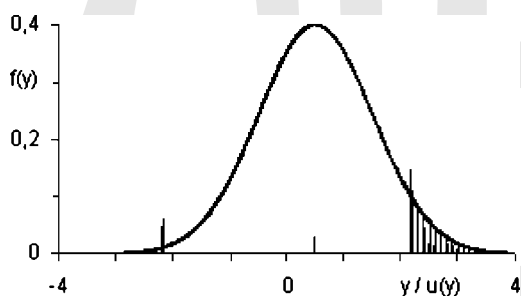
Die Behandlung der nicht korrigierten systematischen Abweichung  $b$  mit der bimodalen Verteilung liefert also nur dann die richtige Messunsicherheit, wenn die resultierende Verteilungsform und der entsprechende Erweiterungsfaktor  $k'$  ermittelt werden. Mit  $k' = 2$  wird die Unsicherheit nach (9) und (1) dramatisch zu groß abgeschätzt, wenn  $b$  deutlich größer als die Standardunsicherheit  $u(y)$  der Messgröße ist.

Umgekehrt wird die Unsicherheit mit der Näherung nach (8) nur relativ wenig überschätzt. Die maximale Abweichung vom richtigen Wert beträgt etwa bei  $b = 0,6 * u(y)$  rund 15%. Die beiden Kurven im Bild 6 schneiden sich bei  $b \approx 1,3 * u(y)$ . Eine bessere Näherung erhält man daher, wenn man bei kleineren systematischen Abweichungen mit der quadratischen Addition nach (9) und (1) rechnet, bei größeren mit der linearen Addition nach (8). Die maximale Überschätzung beträgt dann maximal 12%. Damit kann man vielleicht nicht unbedingt bei Kalibrierungen, aber bei Messungen in der betrieblichen Praxis durchaus leben.

Im Zweifelsfall und bei Kalibrierungen muss der richtige Erweiterungsfaktor aus der tatsächlichen Verteilung der Messgröße ermittelt werden. Im allgemeinen Fall treten bei beiden Ausläufern der beiden Zweige Überschreitungen auf. Da die Verteilung symmetrisch



**Bild 6:** Verhältnisse der Messunsicherheiten  $U'$  aus Bild 4 nach (8) (gestrichelt) und nach (9) und (1) mit  $k = 2$  (gepunktet) zu dem richtigen Wert  $U$ .  
**Figure 6:** Ratios of the uncertainties  $U'$  from Figure 4 according to (8) (dashed line) and to (9) and (1) with  $k = 2$  (dotted line) to the exact value  $U$ .



**Bild 7:** Normalverteilung mit  $b = 0,5 * u(y)$  und der Standardunsicherheit  $u(y) = 1$  sowie Vertrauensgrenzen.  
**Figure 7:** Normal distribution with  $b = 0.5 * u(y)$  and the standard uncertainty  $u(y) = 1$ , with confidence intervals.

zum Wert der Messgröße ist, kann auch ein Zweig allein betrachtet werden, s. Bild 7.

Das Messergebnis wird unabhängig vom Rechenweg in der Form  $y \pm U$  angegeben, wobei der Erweiterungsfaktor  $k'$  nach (11) und die Standardunsicherheit  $u'(y)$  nach (9) für die zweigipflige Verteilung zu berechnen sind.

Ein gleichwertiges Ergebnis erhält man auch aus der numerischen Simulation (s. z. B. [4]). Diese hat den Vorteil, dass sie für jede beliebige Verteilung Erweiterungsfaktoren und Messunsicherheiten liefert. Allerdings ist zu beachten, dass die Güte des Ergebnisses von der Anzahl der Simulationen abhängt.

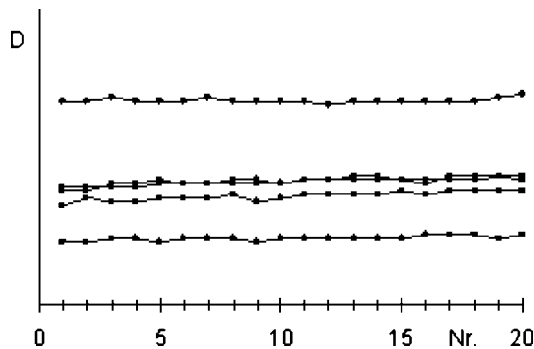
## 5 Kalibrierte Werkstücke

In der Vornorm DIN ISO/TS 15530-3 [3] wird ein Verfahren zur Ermittlung der Messunsicherheit von Koordinatenmessungen beschrieben, bei dem die systematische Messabweichung durch Vergleichsmessungen mit einem kalibrierten Werkstück bestimmt und nach (8) in der Messunsicherheit berücksichtigt wird. Dieses Verfahren wird im Anhang C von VDI/VDE 2617 Blatt 8 als Beispiel zur Ermittlung der Messunsicherheit angegeben, um die Prüfprozesseignung von Messungen mit Koordinatenmessgeräten zu bewerten. Für diese Dokumente gelten die obigen Ausführungen ohne Einschränkungen. Die Näherung nach (8) dürfte für die meisten Anwendungen in der betrieblichen Praxis ausreichen.

Allerdings soll an dieser Stelle noch auf ein anderes Problem aufmerksam gemacht werden: Das Verfahren funktioniert nur, solange es sich bei den am kalibrierten Werkstück ermittelten Abweichungen tatsächlich um systematische handelt.

Werden bei den Wiederholungsmessungen immer dieselben Punkte der Oberflächen angetastet, wird aber der Einfluss der örtlichen Formabweichungen nicht erfasst. Die „systematische“ Abweichung zwischen dem Mittelwert der Messwerte und dem Kalibrierwert kann abhängig von der Wahl der Messstellen zufällig groß oder klein sein, s. Bild 8. Die Maßunterschiede der Messungen an den fünf verschiedenen Stellen (durchgezogene Linien) sind in der Regel deutlich größer als bei den 20 Wiederholungen an denselben Stellen.

Meist reichen deshalb schon relativ wenige Messungen an verschiedenen Stellen aus, um den Einfluss der Formabweichungen richtig zu ermitteln. Es handelt sich hier also tatsächlich um zufällige Messabweichungen, die mit Wiederholungsmessungen an denselben Stellen der Oberfläche gar nicht erfasst werden können. Leider wird in DIN ISO/TS 15530-3 gar nicht auf dieses Problem hingewiesen. Im Anhang C von VDI/VDE 2617 Blatt 8 finden sich zumindest einige Hinweise auf den Anhang A, wo das Problem in einem



**Bild 8:** Durchmesser aus je 20 Wiederholungsmessungen an fünf verschiedenen Stellen der Oberfläche (durchgezogene Linien).

**Figure 8:** Diameters from 20 each repeated measurements at five different positions of the surface (solid lines).

anderen Zusammenhang (Prüfmittelfähigkeit) angesprochen wird.

Ein weiteres Problem ist der Temperatureinfluss: Mögliche Maßunterschiede werden nur soweit erfasst, wie sich die Temperaturen während der Messreihe tatsächlich ändern. Deshalb muss die Messreihe über einen größeren Zeitraum ausgedehnt werden (was Probleme mit der Organisation bringen kann), und die auftretenden Temperaturen am Werkstück und am KMG sind zu dokumentieren. Die ermittelte Unsicherheit gilt dann nur für diesen Temperaturbereich, der dann auch dokumentiert werden muss.

Als Alternative zu DIN ISO/TS 15530-3 wird ein Verfahren empfohlen [6], bei dem die systematischen Messabweichungen des KMG nach der Methode B des GUM aus dem Grenzwert der Längenmessabweichungen abgeschätzt werden. Das kalibrierte Werkstück kann dann komplett entfallen und der Temperatureinfluss lässt sich ebenfalls leicht rechnerisch abschätzen.

## 6 Zusammenfassung

Bei nicht korrigierten systematischen Abweichungen von einer Kalibrierkurve gibt es in der Regel keine Alternative zur Ermittlung der Messunsicherheit nach Anhang F.2.4.5 des GUM. Lediglich bei dem Sonderfall von drei Messstellen kann für die betriebliche Praxis eine akzeptable Näherung angegeben werden.

Bei einzelnen nicht korrigierten systematischen Abweichungen  $b$  lassen sich zwei Näherungen angeben, von denen die lineare Addition von  $b$  die Unsicherheit um maximal 15% überschätzt. Die quadratische Addition von  $b$  zur Standardunsicherheit der Messgröße führt bei großen  $b$  zu einer dramatischen Überschätzung. Die

Kombination von beiden Näherungen kann die Überschätzung auf 12% reduzieren, was für die betriebliche Praxis häufig ausreicht. Für Kalibrierungen ist der Erweiterungsfaktor im Einzelfall aus der zweigipfligen Verteilung der Messgröße zu ermitteln.

Bei der Ermittlung der Messunsicherheit von Koordinatenmessungen nach DIN ISO/TS 15530-3 sind bei den Wiederholungsmessungen jedes Mal andere Stellen der Werkstückoberfläche zu messen, um den Einfluss der örtlichen Formabweichungen als zufällige Messabweichung zu erfassen. Die Anzahl der Messungen kann dann gegenüber den Vorgaben deutlich reduziert werden.

### Literatur

- [1] DIN V ENV 13005: Leitfaden z. Angabe d. Unsicherheit beim Messen (GUM). Beuth Verlag Berlin 1999.
- [2] VDA Band 5: Prüfprozesseignung. Hrsg.: VDA Verband der Automobilindustrie e. V., Qualitätsmanagement-Center (QMC), Oberursel 2003.
- [3] DIN ISO/TS 15530-3: Geometrische Produktspezifikationen (GPS) – Verfahren z. Ermittlung d. Messunsicherheit von Koordinatenmessgeräten (KMG) – Teil 3: Anwendung von kalibrierten Werkstücken oder Normalen (Vornorm). Hrsg.: DIN Deutsches Institut für Normung. Beuth Verlag Berlin 2005.
- [4] Siebert, B.; Sommer, K.-D.: Weiterentwicklung des GUM und Monte-Carlo-Techniken. In: tm – Technisches Messen **71**, 67 (2004).
- [5] VDI/VDE 2617 Blatt 8: Genauigkeit von Koordinatenmessgeräten; Kenngrößen und deren Prüfung; Prüfprozesseignung von Messungen mit Koordinatenmessgeräten. Hrsg. vom VDI Verein Deutscher Ingenieure. Beuth Verlag Berlin 2006.
- [6] Hernla, M.: Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen. Abschätzung der aufgabenspezifischen Messunsicherheit mit Hilfe von Berechnungstabellen. 1. Aufl., expert verlag, Renningen 2007.



**Dr.-Ing. Michael Hernla** ist freiberuflicher Ingenieur und bietet Beratung und Schulungen zu den Themen Längenmesstechnik, Koordinatenmesstechnik, Messgenauigkeit, Messunsicherheit und Prüfprozesseignung sowie zu Zeichnungseintragungen für Form und Lage an.

**Adresse:** Sonnenplatz 13, 44137 Dortmund,  
E-Mail: michael.hernla@t-online.de

Berichtigungen zum Artikel von M. Hernla

## Messunsicherheit bei nicht korrigierten systematischen Messabweichungen

tm Technisches Messen, München 75 (2008) 11, S. 609-615

Tabelle 1: Approximation eines nichtlinearen Verhaltens durch eine Ausgleichsgerade

Messwerte			Mittlere Gerade	Differenz (Korrektion)	Standardunsicherheit	Erweiterte Unsicherheit
$x_i$	$y_i$	$(x_i - x_m)^2$	$y_{mi}$	$b_i = y_i - y_{mi}$	$u(y_{mi})$	$U = k^* u(y_{mi})$
1	1,4	4	1,0	0,4	0,33	0,67
2	1,8	1	2,0	-0,2	0,24	0,47
3	2,6	0	3,0	-0,4	0,19	0,39
4	3,8	1	4,0	-0,2	0,24	0,47
5	5,4	4	5,0	0,4	0,33	0,67

S. 611, linke Spalte, Ende von Abschnitt 3.1 (letzter Satz):

Damit erhält man aus (6) die Standardunsicherheit der Messgröße  $u(y)=0,51$  und aus (1) die erweiterte Messunsicherheit  $U=1,02$ .

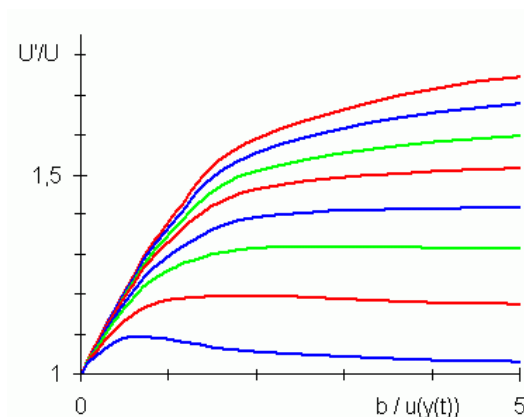
S. 611, linke Spalte, Abschnitt 3.2 nach Gleichung (7):

Für das Beispiel aus Tabelle 1 ergibt sich (die erweiterte Messunsicherheit)  $U'=1,07$ .

S. 611, rechte Spalte, Abschnitt 3.3, zweiter Satz:

Dann ergibt sich mit (6) und (1)  $U=0,62$ , nach (7) aber  $U'=0,81$ . Die Unsicherheit der Näherung ist also um den Faktor 1,31 oder 31% größer.

Bild 3:  
 Maximale Verhältnisse der Näherung  $U'$  zur Unsicherheit  $U$  für die Messwertzahlen  $n=3$  (untere Kurve) bis  $n=10$  (obere Kurve)



S. 612, linke Spalte, erster Satz:

Bei  $n=3$  Messwerten wird die Unsicherheit durch das Näherungsverfahren maximal um 10% überschätzt.