

Meßunsicherheitsberechnungen für Koordinatenmessungen

Abschätzung der aufgabenspezifischen Meßunsicherheit mit Hilfe von Kalkulationstabellen

Dr.-Ing. **M. Hernla**, Dortmund

Kurzfassung

Die Unsicherheit von Koordinatenmessungen hängt vor allem von der Anzahl, Lage und Streuung der Antastpunkte auf der von Formabweichungen geprägten Oberfläche des Werkstücks ab. Auf Grundlage der mathematischen Zusammenhänge lassen sich einfach handhabbare Kalkulationstabellen für die aufgabenspezifische Meßunsicherheit der häufigsten Prüfmerkmale aufstellen. Der Beitrag der Geometrieabweichungen des KMG wird dabei mit geringem Aufwand aus dem Grenzwert MPE_E der Längenmeßabweichung abgeschätzt.

Abstract

The uncertainty of coordinate measurements depends on the number, positions and dispersion of the measured points on the surface of the workpiece, which is characterized by local deviations of form. Based on the mathematical laws, simple table calculation sheets may be used to estimate the task specific uncertainties for the most common measurands. The contribution of the geometrical errors of the CMM will be estimated from the specified limit of error of indication for size measurements, MPE_E , with minimal effort.

1. Einleitung

Die aufgabenspezifische Meßunsicherheit von Koordinatenmessungen wird benötigt, um sowohl die Prüfprozeßbeignung als auch die Übereinstimmung oder Nicht-Übereinstimmung mit der Spezifikation nach den Entscheidungsregeln in DIN EN ISO 14253-1 zu beurteilen. Die Unsicherheit kann heute mit drei verschiedenen Verfahren ermittelt werden:

- Computersimulation nach VDI/VDE 2617 Blatt 7 [1]
- Messung von kalibrierten Werkstücken nach ISO/TS 15530-3 [2] bzw. VDI/VDE 2617 Blatt 8 Anhang C [3]
- Meßunsicherheitsberechnung

Die Berechnung muß dabei von den Besonderheiten der Ausgleichsrechnung ausgehen. Aus den erfaßten Meßpunkten werden nach der Methode der kleinsten Quadrate mittlere Formelemente berechnet, die in der Regel mehrere Ergebnisparameter aufweisen. Dementsprechend ist die Unsicherheit nach Punkt 3.1.7 des *Leitfadens zur Angabe der Unsicherheit (GUM)* [4] für eine Menge zusammengehöriger Meßgrößen, die gleichzeitig aus derselben Messung gewonnen werden, zu ermitteln. Dann lassen sich nach der Methode B des GUM die wesentlichen Einflußgrößen abschätzen: Antastung am Werkstück, Taster, Geometrieabweichungen des KMG und Temperatur.

2. Ausgleichsrechnung

Alle Koordinatenmeßgeräte arbeiten heute mit der Ausgleichsrechnung, bei der aus einer relativ großen Anzahl von Meßpunkten besteingepaßte idealgeometrische Ersatzelemente berechnet werden. Sie hat den wesentlichen Vorteil, durch die Mittelung über alle Punkte sehr stabile Meßergebnisse zu liefern. Sie wurde von CARL FRIEDRICH GAUSS bereits vor über zweihundert Jahren begründet und ist heute die allgemein anerkannte Grundlage für viele Messungen in Wissenschaft und Technik.

Die Ausgleichsrechnung und ihre Unsicherheit werden z.B. in [5] und [6] allgemein beschrieben und haben mit DIN 1319 Teil 4 [7] auch Eingang in die Normung gefunden. Die Unsicherheit von Koordinatenmessungen wird z.B. in [8] [9] [10] [11] behandelt. Bei der Ausgleichsrechnung wird ein lineares homogenes Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{v} \quad (1)$$

gelöst. Dabei ist \mathbf{M} die Matrix der Normalgleichungen (auch: Koeffizientenmatrix), die die Lage der einzelnen Meßpunkte auf dem Formelement beschreibt, \mathbf{v} ein Vektor, der die Abweichungen der Meßpunkte vom Ausgleichselement enthält, und \mathbf{x} der Vektor der Lösungen mit den einzelnen Ergebnisparametern des Formelements, z.B. Mittelpunktkoordinaten und Radius des Ausgleichskreises.

Das Gleichungssystem (1) wird in der Regel nicht in einem, sondern in mehreren Schritten (iterativ) gelöst. Die Matrix \mathbf{M} der Normalgleichungen ergibt sich aus der Jacobi- oder Designmatrix \mathbf{A} , indem diese mit ihrer transponierten Matrix \mathbf{A}^T multipliziert wird:

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} \quad (2)$$

Die Jacobimatrix \mathbf{A} enthält die partiellen Ableitungen der linearisierten Formelementegleichung und wird von der Anzahl und Anordnung der Meßpunkte auf der Oberfläche bestimmt. Die zur Matrix \mathbf{M} der Normalgleichungen inverse Gewichtsmatrix \mathbf{M}^{-1} wird häufig auch mit dem Buchstaben \mathbf{Q} bezeichnet und liefert durch Multiplikation mit der Varianz σ^2 der zufälligen und unabhängigen Meßabweichungen die Kovarianzmatrix \mathbf{S} :

$$\mathbf{S} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \sigma^2 = \mathbf{Q} \cdot \sigma^2 \quad (3)$$

Die Varianz σ^2 ist meist nicht bekannt und muß abgeschätzt werden. Die Kovarianzmatrix \mathbf{S} enthält auf der Hauptdiagonalen die Varianzen s_j^2 und daneben die Kovarianzen s_{jk} der einzelnen Ergebnisparameter.

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} s_1^2 & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_2^2 & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & s_3^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{12} & q_{22} & q_{23} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} \end{pmatrix} \cdot s^2 \quad (4)$$

Die Standardunsicherheit u_j eines Ergebnisparameters ist gleich der Wurzel aus seiner Varianz s_j^2 . Die Kovarianzen s_{jk} außerhalb der Hauptdiagonalen beschreiben die gegenseitige Abhängigkeit der Ergebnisparameter. Sie sind dann zu berücksichtigen, wenn eine Meßgröße aus mehreren Parametern desselben Formelementes berechnet wird. Die Korrelationskoeffizienten r_{jk} erhält man allgemein aus Gleichung (4) mittels Division der Kovarianzen s_{jk} durch die Varianzen s_j und s_k . Der Korrelationskoeffizient liegt immer zwischen -1 und $+1$. Liegt keine Korrelation vor, ist sein Betrag klein und liegt nahe bei null:

$$r_{jk} = \frac{s_{jk}}{s_j \cdot s_k} \quad (5)$$

3. Beispiel Ausgleichskreis

Ein Kreis wird durch die Parameter x und y für den Mittelpunkt und r für den Radius beschrieben. Dabei muß jeder Punkt (x_i, y_i) auf der Kreislinie die folgende Gleichung erfüllen:

$$(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 - r^2 = 0 \quad (6)$$

Praktisch liegen die Meßpunkte aber nicht auf dem idealen Kreis, so daß die Koordinaten des Kreismittelpunktes und der Radius nach der Bedingung der kleinsten Summe der Abweichungsquadrate nach (1) berechnet werden müssen. Dazu ist zunächst die Kreisgleichung (6) zu linearisieren, indem eine Taylorreihenentwicklung nach den Variablen x , y und r nach den 1. Gliedern abgebrochen wird. Nach Division durch den Kreisradius r ergibt sich für jeden einzelnen Meßpunkt mit dem Polarwinkel ϕ_i zum Kreismittelpunkt:

$$\cos \phi_i + \sin \phi_i + 1 = 0 \quad (7)$$

Die Koeffizientenmatrix \mathbf{M} nach (2) lautet für den Ausgleichskreis ausführlich:

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \sum \cos^2 \phi_i & \sum \cos \phi_i \sin \phi_i & \sum \cos \phi_i \\ \sum \cos \phi_i \sin \phi_i & \sum \sin^2 \phi_i & \sum \sin \phi_i \\ \sum \cos \phi_i & \sum \sin \phi_i & \sum 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Summiert wird jeweils über alle n Meßpunkte. In (8) sind nur die Polarwinkel ϕ_i der Meßpunkte zum Kreismittelpunkt enthalten. Damit wird deutlich, daß die Anordnung der Meßpunkte ausschlaggebend für die Unsicherheiten der Ergebnisparameter ist.

Als Beispiel soll angenommen werden, daß vier Messpunkte gleichabständig über einen Viertelkreis im Bereich zwischen 135° und 225° angeordnet sind. Das Bild 1 zeigt die Unsicherheiten des Kreismittelpunktes und der Kreislinie. Die Unsicherheit der Kreislinie ist dort klein, wo die Meßpunkte liegen, und wird immer größer, je weiter sich der betrachtete Ort auf der Kreislinie von diesem Bereich entfernt. Die Unsicherheit des Kreismittelpunktes weist eine ausgeprägte Richtungscharakteristik auf und ist in Richtung der Winkelhalbierenden des Kreisabschnittes, auf dem die Meßpunkte liegen, besonders groß.

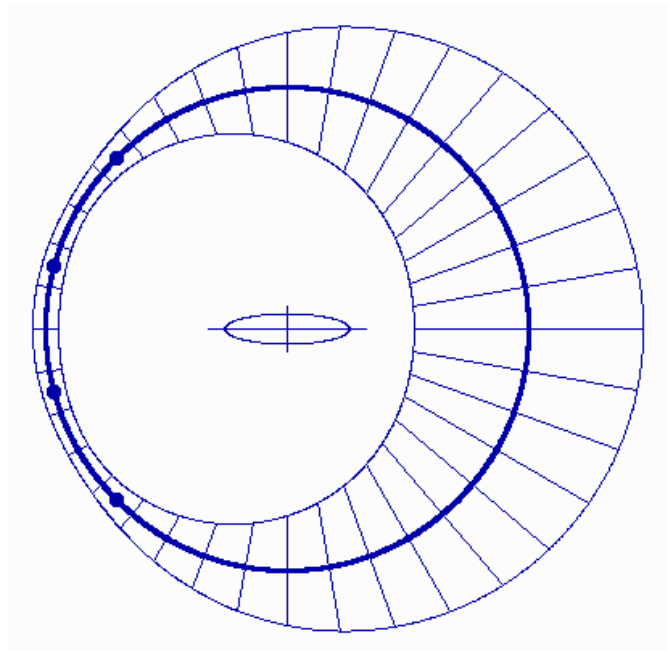


Bild 1: Unsicherheit des Ausgleichskreises mit vier Meßpunkten am Kreisabschnitt 90°

Für die gleichabständige Meßpunktanordnung über den ganzen Kreisumfang ergeben sich besonders einfache Formeln für die Standardunsicherheiten der Ergebnisparameter. Diese hängen nur noch von der Meßpunktanzahl n und der Standardabweichung s der zufälligen und unabhängigen Abweichungen der Meßpunkte ab (Bild 2):

$$u_M = u_X = u_Y = \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot s \quad (9)$$

$$u_D = 2 \cdot u_R = \sqrt{\frac{4}{n}} \cdot s$$

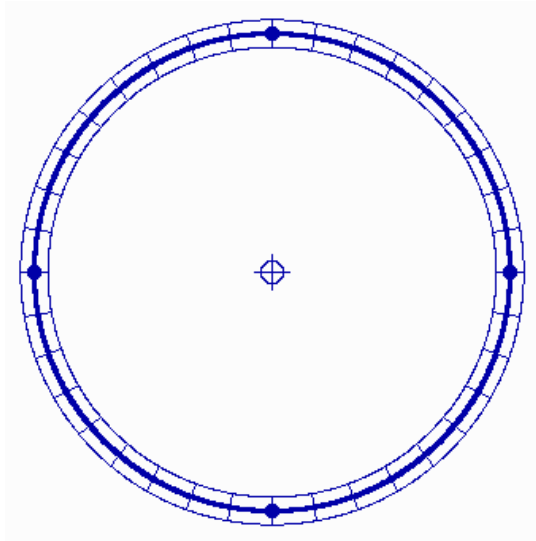


Bild 2: Unsicherheit des Ausgleichskreises mit vier am ganzen Umfang gleichmäßig verteilten Meßpunkten

4. Meßpunkte auf der Werkstückoberfläche

Beim Antasten des Werkstücks überlagern sich die Antastabweichungen des KMG mit den örtlichen Formabweichungen der Oberfläche und beeinflussen damit das Meßergebnis. Die Meßabweichungen können stark streuen, wenn die Formabweichungen der Oberfläche groß sind und an verschiedenen Stellen der Oberfläche gemessen wird (Bild 3).

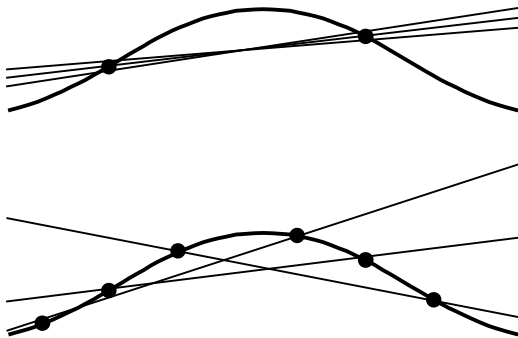


Bild 3: Streuung der Lage einer Geraden durch zwei Punkte bei Wiederholungsmessungen an denselben (oben) und an verschiedenen Stellen der Oberfläche (unten)

Die Streuung ist um so größer, je kleiner die Meßpunktanzahl ist. Mißt man das Werkstück dagegen mit sehr vielen Punkten, wird der Verlauf der Oberfläche recht gut erfaßt, und die Antastung an anderen Stellen vergrößert die Streuung nicht. Dasselbe gilt, wenn die örtlichen Formabweichungen der Oberfläche vernachlässigbar klein gegenüber den Antastabweichungen des KMG sind.

Zur Berechnung der Standardunsicherheiten $u(x_i)$ der Formelementeparameter in Gleichung (4) wird die Standardabweichung s der zufälligen und unabhängigen Meßabweichungen benötigt. Diese läßt sich auf verschiedene Weise abschätzen:

1. Bei der Messung von kleinen Normalen mit vernachlässigbar kleinen Formabweichungen erhält man Standardabweichungen an den Ausgleichselementen, die nur die Antaststreuung des KMG enthalten. Diese liegen etwa bei einem Drittel des konstanten Anteils A aus dem Grenzwert der Längenmeßabweichung $MPE_E=(A+L/K)$: $s=A/3$.
2. Die Standardabweichung s der Meßpunkte vom Ausgleichselement am Werkstück enthält neben der Antaststreuung des KMG auch die örtlichen Formabweichungen des Objekts.
3. Berechnung der Standardabweichung s der zufälligen Anteile der Meßabweichungen nach Trennung von den systematischen Anteilen mit mathematischen Verfahren.

Im ersten Fall wird die Unsicherheit tendenziell zu klein abgeschätzt, im zweiten Fall zu groß. Damit liegt die Unsicherheitsschätzung aber zumindest auf der sicheren Seite. Nur die Trennung der zufälligen von den systematischen Meßwertanteilen liefert eine realistische Meßunsicherheit, erfordert aber einen größeren Berechnungsaufwand [10] [11] [12] [13].

Dabei wird der mittlere Verlauf der Oberfläche durch geeignete Näherungsfunktionen approximiert, z.B. durch Harmonische Analyse oder durch Gauß- bzw. Splinefilter mit variablen Wellenlängen [12] [13]. Die Zufallseigenschaft der Restabweichungen der Meßpunkte wird durch statistische Tests festgestellt, z.B. der Vorzeichentest und der Korrelationskoeffizient für die Abweichungen von benachbarten Meßpunkten in DIN 1319 Teil 4 [7] [10] [12]. Für die approximierte Oberfläche als stetige Funktion lassen sich ohne weiteres die angrenzenden Elemente und die Formabweichung sowie deren Unsicherheiten bestimmen [10] [12] [13].

Beim Einmessen des Tasters werden die Tasterparameter ebenfalls durch die Ausgleichsrechnung berechnet. In den meisten Fällen kann die Standardunsicherheit der Tasterparameter mit der Standardabweichung $s=A/3$ berechnet werden.

5. Geometrieabweichungen des KMG

Die Genauigkeit von Koordinatenmeßgeräten wird nach DIN EN ISO 10360-1 [14] mit dem Grenzwert der Längenmeßabweichung spezifiziert. Das ist die „Anzeigeabweichung, mit der der Wert einer Längenmaßverkörperung ... bestimmt werden kann, wenn die Messung an zwei gegenüberliegenden Antastpunkten auf zwei nominell parallelen Flächen ... ausgeführt wird und die Antastpunkte von entgegengesetzten Richtungen angefahren werden“. Der Grenzwert wird meist in folgender Form angegeben:

$$MPE_E = \left(A + \frac{L}{K} \right) \mu\text{m} \quad (10)$$

Man unterscheidet den konstanten Anteil A und den längenabhängigen Anteil L/K . Der konstante Anteil A begrenzt dabei die Antaststreuungen des Meßgerätes bei der Antastung der Endmaße an deren Meßflächen mit je einem Punkt sowie die Abweichung des Tasterdurchmessers vom Einmessen. Er enthält aber auch die kurzperiodischen Abweichungen, die durch die unvollkommene Interpolation beim Abtasten des Maßstabsgitters entstehen.

Der längenabhängige Anteil L/K kann dagegen als Grenzwert der Geometrieabweichungen des KMG für die aktuelle Meßlänge L angesehen werden, die durch die Maßstabs- und Führungsabweichungen in dem spezifizierten Bereich verursacht werden. Strenggenommen gilt der Grenzwert nur für den Abstand von zwei Punkten wie am Endmaß, er läßt sich aber auch auf Bohrungsabstände, Durchmesser und Abstände ebener Flächen übertragen.

Das Bild 4 zeigt ein Beispiel für die nach DIN EN ISO 10360-2 [15] ermittelten Längenmeßabweichungen mit ihren Grenzwerten. Die Abweichungen liegen typischerweise in der Mitte des durch die beiden Geraden begrenzten Bereiches und nutzen ihn meist nur etwa bis zur Hälfte aus. Sie sind damit eher normalverteilt als rechteckverteilt.

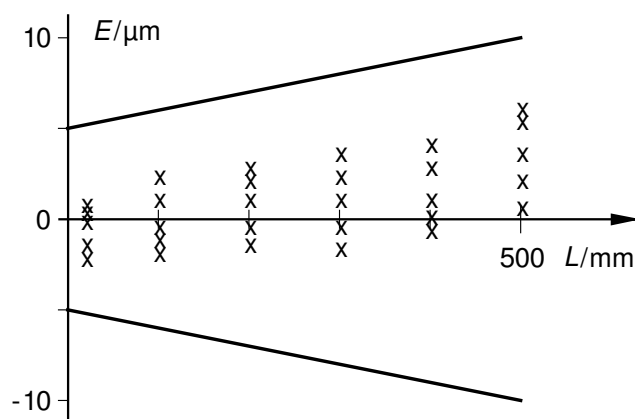


Bild 4: Längenmeßabweichungen E eines KMG mit $MPE_E = \left(5 + \frac{L}{100}\right) \mu\text{m}$

Die Längenmeßabweichung wird in der Regel mit Parallelendmaßen geprüft, andere Möglichkeiten sind Stufenendmaße, Kugelstäbe und Kugelplatten. Bei der Kugelplattenmessung lassen sich aus den Kugelabständen nicht nur die Längenmeßabweichungen, sondern z.B. auch Geradheits- und Rechtwinkligkeitsabweichungen berechnen. Für einen gegebenen Grenzwert werden damit auch diese Abweichungen begrenzt und sind auf Längenmessungen rückführbar [16]. Dabei wird natürlich vorausgesetzt, daß das KMG regelmäßig mit den in Normen bzw. Richtlinien festgelegten Verfahren überwacht wird, und daß die Grenzwerte jederzeit eingehalten sind.

Eine Rechtwinkligkeitsabweichung kann näherungsweise durch eine Längenmessung in Diagonalenrichtung unter dem Winkel $\alpha=45^\circ$ bestimmt werden (Bild 5). Im ungünstigsten Fall liegt die Ursache der Längenmeßabweichung ΔL allein in der Rechtwinkligkeitsabweichung ΔL_R . Wegen $L \cdot \cos \alpha = l$ und $\cos^2 \alpha = 0,5$ bei $\alpha = 45^\circ$ ist diese doppelt so groß wie die Längenmeßabweichung für die Länge l des Winkelschenkels:

$$\Delta L_R \leq \frac{\Delta L}{\cos \alpha} = \frac{2 \cdot l}{K} \quad (11)$$

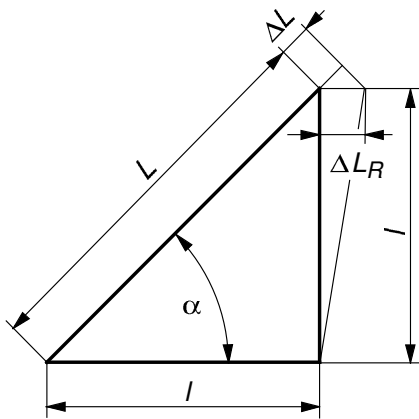


Bild 5: Längenmessabweichung ΔL und Rechtwinkligkeitsabweichung ΔL_R

Auch die Geradheitsabweichung läßt sich näherungsweise durch eine Längenmessung in Diagonalenrichtung unter dem Winkel $\alpha=45^\circ$ ermitteln (Bild 6). Im ungünstigsten Fall liegt die Ursache der Längenmeßabweichung ΔL allein in der Geradheitsabweichung ΔF_G . Diese ist wegen $L \cdot \cos \alpha = l/2$ und $\cos^2 \alpha = 0,5$ bei $\alpha = 45^\circ$ gerade so groß wie die Längenmeßabweichung für die Länge l der Geraden:

$$\Delta F_G \leq \frac{\Delta L}{\cos \alpha} = \frac{l}{K} \quad (12)$$

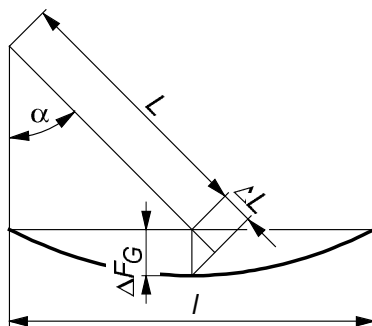


Bild 6: Längenmeßabweichung ΔL und Geradheitsabweichung ΔF_G

Die oben abgeleiteten Beziehungen für die Grenzwerte der Geometrieabweichungen können im Einzelfall überprüft werden. Das Bild 7 zeigt die Abweichungen eines KMG, die durch Mehrfachmessung mit Lasertrackern ermittelt wurden [17].

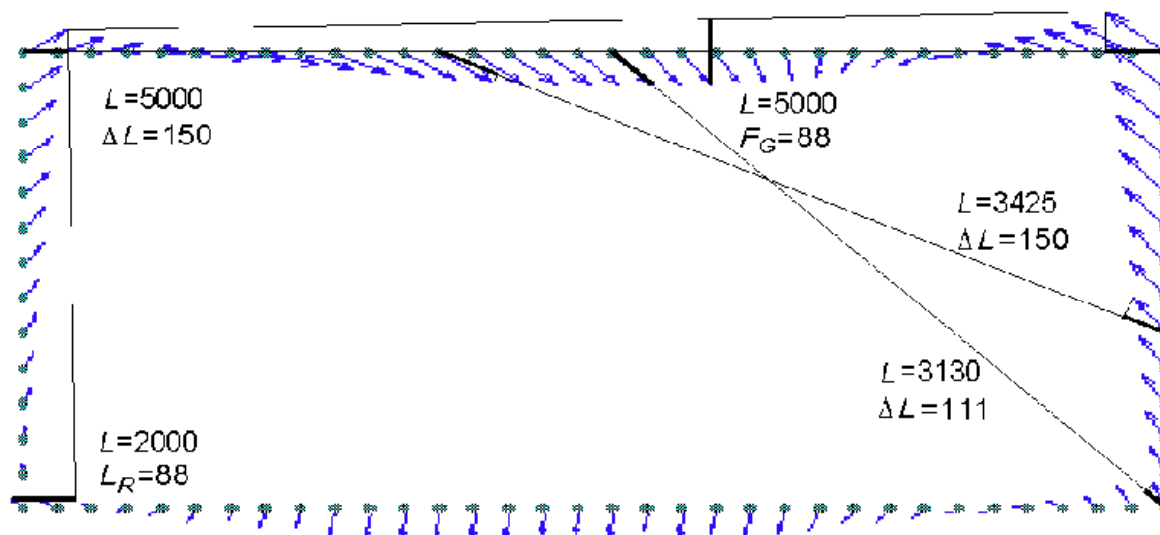


Bild 7: Geometrieabweichungen eines KMG mit den Längenmeßabweichungen ΔL , der Rechtwinkligkeitsabweichung L_R und der Geradheitsabweichung F_G , jeweils mit der Meßlänge L

Im Bild 7 sind einige Längenmeßabweichungen ΔL mit den jeweiligen Meßlängen L eingezeichnet. Die größte Längenmeßabweichung von $\Delta L=150 \mu\text{m}$ wird entlang der oberen Kante auf einer Meßlänge von $L=5000 \text{ mm}$ gemessen. Die Geradheitsabweichung ist mit $F_G=88 \mu\text{m}$ deutlich kleiner. Die Rechtwinkligkeitsabweichung ist mit $L_R=88 \mu\text{m}$ auf $L=2000 \text{ mm}$ Länge im Verhältnis zwar größer, in Gleichung (11) steht aber auch eine 2 im Zähler.

Bei der Meßlänge $L=3425 \text{ mm}$ ist die Längenmeßabweichung $\Delta L=150 \mu\text{m}$ im Verhältnis zur Meßlänge L am größten. Setzt man voraus, daß auch für diese Messung der längenabhängige Anteil L/K des Grenzwertes MPE_E der Längenmeßabweichung eingehalten ist, so dürften die Geradheitsabweichung F_G nach Gleichung (12) rund $220 \mu\text{m}$ und die Rechtwinkligkeitsabweichung L_R nach Gleichung (11) rund $175 \mu\text{m}$ groß werden. Die tatsächlichen Abweichungen sind aber wesentlich kleiner.

Im Bild 7 treten die großen Meßabweichungen bei den eingezeichneten diagonalen Messungen auf der rechten Seite auf, während sie links viel kleiner sind. Deshalb sind bei den turnummäßigen Überwachungen immer wieder andere Positionen im Meßvolumen zu wählen.

6. Anwendungsbeispiel

Die praktische Anwendung soll am Beispiel eines Bohrungsdurchmessers demonstriert werden. Die Bohrung wird als Kreis gemessen. Das mathematische Modell der Messung berücksichtigt das Einmessen des Tasters, die Tasteranlagekorrektur in der Bohrung, den Temperatureinfluß mit Korrektur auf die Bezugstemperatur 20°C und die Geometrieabweichungen des KMG:

$$D = \{ (D_W + D_E) * [1 + \alpha_S * (t_S - 20^\circ)] - D_C * [1 - \alpha_C * (t_C - 20^\circ)] \} * [1 - \alpha_W * (t_W - 20^\circ)] - \Delta D \quad (13)$$

Die Einflußgrößen sind im einzelnen:

D_W	Durchmesser des Ausgleichskreises am Werkstück
D_E	Durchmesser der Ausgleichskugel beim Einmessen des Tasters
D_C	Kalibrierter Durchmesser des Kugelnormals
t_W	Ausdehnungskoeffizient des Werkstücks (Stahl)
t_W	Temperatur des Werkstücks
α_S	Ausdehnungskoeffizient des Meßgeräte-Maßstabs (Floatglas)
t_S	Temperatur des Meßgeräte-Maßstabs (Mittelwert von beiden Achsen)
α_C	Ausdehnungskoeffizient des Kugelnormals (Stahl)
t_C	Temperatur des Kugelnormals
ΔD	Geometrieabweichungen des KMG; längenabhängiger Anteil von MPE_E mit $a=D/K$

Die Tabelle 1 zeigt die Einflußgrößen mit ihren Unsicherheitsbeiträgen und die erweiterte Meßunsicherheit. Der Grenzwert der Längenmeßabweichung des Koordinatenmeßgeräts ist $MPE_E = (6 + L/200) \mu\text{m}$, und die mittlere Temperatur im Meßraum beträgt $20^\circ\text{C} \pm 2\text{K}$.

Die Bohrung wird mit vier gleichabständig am Umfang verteilten Punkten gemessen. Die Standardabweichung der Meßpunkte in der Bohrung zu dem daraus berechneten Ausgleichskreis beträgt z.B. $5 \mu\text{m}$. Sie enthält auch die zufällig erfaßten örtlichen Formabweichungen der Werkstückoberfläche. Aus dem konstanten Anteil A des Grenzwertes MPE_E würde die Streuung für die Antastabweichungen des KMG beim Einmessen des Tasters mit $s = A/3 = 2 \mu\text{m}$ deutlich zu klein abgeschätzt werden.

Die Messung der Bohrung liefert bei D_W mit $5 \mu\text{m}$ den größten Unsicherheitsbeitrag. Dieser läßt sich durch eine höhere Punktzahl reduzieren, z.B. bei $n=100$ Punkten auf $1,0 \mu\text{m}$, und die erweiterte Meßunsicherheit U beträgt nur noch $8 \mu\text{m}$.

Jetzt liefert das Einmessen des Tasters bei D_E den größten Unsicherheitsbeitrag, der sich wiederum durch eine höhere Punktzahl verringern läßt. Für z.B. $n=25$ Punkte sinkt der Beitrag ebenfalls auf $1,0 \mu\text{m}$, und die erweiterte Meßunsicherheit U beträgt nur noch $5 \mu\text{m}$.

Tabelle 1: Kalkulationstabelle für die Meßunsicherheit eines Bohrungsdurchmessers, gemessen als Ausgleichskreis und korrigiert auf die Bezugstemperatur 20 °C

Einflußgröße X_i	Einheit [X_i]	Meßwert bzw. Schätzwert x_i	Meßpunkt- anzahl bzw. Verteilung n_i	Standard- abweichung bzw. Grenze s_i bzw. a_i	Standard- unsicherheit $u(x_i)$	Sensitivitäts- koeffizient c_i	Unsicher- heitsbeitrag $u_i(y)$
D_W	mm	90	4	0,005	0,0050	1,0	0,0050
D_E	mm	40	6	0,002	0,0024	1,0	0,0024
D_C	mm	30	Normal	0,0004	0,0002	-1,0	-0,0002
α_W	10 ⁻⁶ /K	12	Rechteck	2,4	1,4	-0,00012	-0,0002
t_W	°C	20	Rechteck	2	1,2	-0,0012	-0,0014
α_S	10 ⁻⁶ /K	8	Rechteck	0,5	0,3	0,00015	0,0000
t_S	°C	20	Rechteck	2	1,2	0,0010	0,0012
α_C	10 ⁻⁶ /K	11	Rechteck	2,2	1,3	0,00003	0,0000
t_C	°C	20	Rechteck	2	1,2	0,0003	0,0004
ΔD	mm	0	Normal	0,0005	0,00025	-1,0	-0,0003
D	mm	100,000	Standardunsicherheit der Meßgröße:			$u(y) =$	0,0059
			Effektive Freiheitsgrade:			$\nu_{eff} =$	1,8
			Erweiterungsfaktor:			$k =$	4,73
			Erweiterte Meßunsicherheit ($P=95\%$):			$U =$	0,028

Nun liefert die Temperatur des Werkstücks t_W den größten Beitrag, dicht gefolgt von der Temperatur t_S der Meßgerätemaßstäbe. Diese lassen sich z.B. durch eine bessere Klimatisierung des Meßraums oder genauere Temperaturmessung verringern. Der Beitrag der Geometrieabweichungen des KMG ist im Vergleich dazu vernachlässigbar.

Die Meßunsicherheiten der einzelnen Prüfmerkmale lassen sich auf einfachste Weise mit Kalkulationstabellen auf der Basis einer handelsüblichen Bürosoftware berechnen. Voraussetzung dafür ist jedoch die Festlegung der jeweils zu berücksichtigenden Einflußgrößen und die Formulierung des mathematischen Modells. Heute stehen solche Kalkulationstabellen für die häufigsten Prüfmerkmale zur Verfügung: Durchmesser, Abstand und Position, Parallelität, Rechtwinkligkeit und Neigung, Symmetrie, Koaxialität sowie Winkel.

Da die meisten für die Berechnung benötigten Informationen schon vor der Messung bekannt sind, lassen sich die Kalkulationstabellen bereits in der Prüfplanung einsetzen, um die zu erwartenden Meßunsicherheiten abzuschätzen. Das betrifft vor allem die Auswahl des KMG, die Temperaturbedingungen und das Einmessen des Tasters. Bei der Messung selbst kann dann die Meßstrategie noch einmal optimiert werden, indem z.B. die Anzahl der Meßpunkte am Werkstück vergrößert bzw. verkleinert oder ihre Anordnung verändert wird.

Literatur

- [1] VDI/VDE 2617 Blatt 7: Genauigkeit von Koordinatenmeßgeräten; Kenngrößen und deren Prüfung; Ermittlung der Unsicherheit von Messungen auf Koordinatenmeßgeräten durch Simulation. Beuth Verlag Berlin 2006
- [2] DIN ISO/TS 15530-3: GPS – Verfahren zur Ermittlung der Messunsicherheit von Koordinatenmessgeräten (KMG) – Teil 3: Anwendung von kalibrierten Werkstücken oder Normalen (Vornorm). Beuth Verlag Berlin 2005
- [3] VDI/VDE 2617 Blatt 8: Genauigkeit von Koordinatenmeßgeräten; Kenngrößen und deren Prüfung; Prüfprozeßbeignung von Messungen mit Koordinatenmeßgeräten. Beuth Verlag Berlin 2006
- [4] DIN V ENV 13005: Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen (GUM). Beuth Verlag Berlin 1999
- [5] Zurmühl, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker. Springer Verlag Berlin 1984
- [6] Mikhail, E. M.: Observations and least squares. IEP-A Dun-Donnelley Publisher New York 1976
- [7] DIN 1319 Teil 4: Grundlagen der Messtechnik; Teil 4: Auswertung von Messungen; Messunsicherheit. Beuth Verlag Berlin 1999
- [8] Lotze, W.: Aufgabenspezifische Messunsicherheit von Koordinatenmessungen. VDI-Bericht 448, VDI-Verlag Düsseldorf 1982, S. 43-48
- [9] Lotze, W.: Zahnradmessung mit Koordinatenmeßgeräten. Grundlagen und Algorithmen für die 3D-Auswertung nach dem Flächenmodell. Eigenverlag Dresden 2005
- [10] Hernla, M.: Abschätzung der Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen unter den Bedingungen der industriellen Fertigung. VDI-Fortschrittberichte Reihe 2, Nr. 274, VDI-Verlag Düsseldorf 1992
- [11] Hernla, M.: Aufgabenspezifische Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen. Technisches Messen, München 64 (1997) 7/8, S. 286-293
- [12] Hernla, M.: Anwendung von Filtern bei der Auswertung gemessener Oberflächenprofile. Technisches Messen, München 67 (2000) 3, S. 128-135
- [13] Hernla, M.: Unsicherheit von angrenzenden Formelementen. Qualität und Zuverlässigkeit, München 38 (1993) 6, S. 373-378

- [14] DIN EN ISO 10360-1: GPS - Annahmeprüfung und Bestätigungsprüfung für Koordinatenmessgeräte (KMG) - Teil 1: Begriffe. Beuth Verlag Berlin 2003
- [15] DIN EN ISO 10360-2: GPS - Annahmeprüfung und Bestätigungsprüfung für Koordinatenmessgeräte (KMG) - Teil 2: KMG angewendet für Längenmessungen. Beuth Verlag Berlin 2002
- [16] Hernla, M.: Messunsicherheit einfach abschätzen. Qualität und Zuverlässigkeit, München 45 (2000) 4, S. 458-464
- [17] Dauke, M.; Schwenke, H.: Prüfung großer Koordinatenmessgeräte – Anwendung der Normen und neue Verfahren. VDI-Bericht Nr. 1618, Düsseldorf 2001, S. 143-156