

# Messunsicherheitsberechnungen für Koordinatenmessungen in der industriellen Praxis

## Calculation of uncertainty of coordinate measurements in industrial practice

Dr.-Ing. **M. Hernla**, Dortmund

### Kurzfassung

Die Unsicherheit von Koordinatenmessungen lässt sich weitgehend nach der Methode B des GUM aus bekannten Informationen bestimmen. So kann bereits vor der Messung anhand der zu erwartenden Messunsicherheit die optimale Messstrategie festgelegt werden. Der Anwender wird dabei durch geeignete Software unterstützt, die entweder völlig eigenständig arbeitet oder an die Software des Messgerätes bzw. an die CAD-Software gekoppelt ist.

### Abstract (optional)

To a large extent, the uncertainty of coordinate measurements may be estimated according to the method B of the GUM. Thus, the optimal strategy of measurement may be stated just before starting the measurement. The user is supported by appropriate software, which may work independently or may be linked with the CMM or CAD/CAQ software.

### 1. Einleitung

Die aufgabenspezifische Messunsicherheit von Koordinatenmessungen kann heute mit drei Verfahren ermittelt werden [1, 2]:

- Computersimulation nach VDI/VDE 2617 Blatt 7 [3]
- Messung von kalibrierten Werkstücken nach VDI/VDE 2617 Blatt 8 Anhang C [4]
- Messunsicherheitsberechnung (VDI/VDE 2617 Blatt 11 in Vorbereitung)

Die ersten beiden Verfahren sind an bestimmte technische Voraussetzungen bzw. erheblichen Aufwand für die Messreihen gebunden und deshalb nur begrenzt einsetzbar. Die Alternative ist ein rein rechnerischer Ansatz, bei dem mit geringem Aufwand die Messunsicherheit nach oben abgeschätzt wird. Dazu werden die mathematischen Modelle der Messaufgaben aufgestellt und entsprechend der Methode B des Leitfadens zur Angabe der Unsicherheit beim Messen (GUM) die Unsicherheitsbeiträge der einzelnen Einflussgrößen aus bekannten Informationen bestimmt.

## 2. Messunsicherheitsberechnungen

Die wesentliche Besonderheit der Koordinatenmessung ist die Berechnung der Messergebnisse mittels Ausgleichsrechnung. Dabei werden aus den erfassten Messpunkten mit der Methode der kleinsten Quadrate nach Gauß mittlere Formelemente berechnet, die in der Regel durch mehrere Ergebnisparameter charakterisiert werden. Dementsprechend ist die Unsicherheit nach Abschnitt 3.1.7 des GUM für eine Menge zusammengehöriger Messgrößen, die gleichzeitig aus derselben Messung gewonnen werden, zu ermitteln (multivariate Messgrößen). Die Unsicherheiten der Formelementeparameter werden aus den Kovarianzmatrizen ermittelt, die sowieso für die Ausgleichsrechnung benötigt werden [1, 2].

Für bestimmte, charakteristische Messpunktanordnungen ergeben sich besonders einfache Formeln für die Standardunsicherheiten der Ergebnisparameter. Diese hängen nur noch von der Messpunktanzahl  $n$  und der Standardabweichung  $s$  der zufälligen und unabhängigen Abweichungen der Messpunkte ab [1, 2]. Für die Mittelpunktkoordinaten und den Durchmesser eines Kreises gilt bei gleichabständigen Messpunkten über den ganzen Umfang z.B.:

$$u_X = u_Y = \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot s \qquad u_D = \sqrt{\frac{4}{n}} \cdot s \qquad (1)$$

Der Einfluss der Anzahl und Anordnung der Messpunkte, der Antaststreuung des KMG und der Formabweichungen der Werkstückoberfläche lässt sich recht einfach ermitteln, wenn für  $s$  die Standardabweichung der Messpunkte vom Ausgleichselement eingesetzt wird.

Die Geometrieabweichungen des KMG werden aus dem längenabhängigen Anteil  $L/K$  des Grenzwertes  $MPE_E$  der Längenmessabweichung abgeschätzt, der für jedes KMG spezifiziert ist. Für Prüfmerkmale, die nicht einfach als Abstand zwischen zwei Punkten angesehen werden können, lassen sich daraus über die geometrischen Zusammenhänge weitere Grenzwerte ableiten, z.B. für einen rechten Winkel  $2L/K$  [1, 2].

## 3. Ermittlung der Unsicherheitsbeiträge

Voraussetzung zur Ermittlung der Messunsicherheit ist die Formulierung des mathematischen Modells der Messung. Dabei müssen möglichst alle relevanten Einflussgrößen berücksichtigt werden. Die häufigsten Messaufgaben in der Koordinatenmesstechnik betreffen relativ einfache Geometrieformen wie Durchmesser, Abstände und Lageabweichungen. Die mathematischen Modelle für diese Standardmessaufgaben brauchen nur einmal aufgestellt werden, da die Messabläufe im Prinzip immer dieselben sind. Anschließend werden entsprechend der Methode B des GUM die Unsicherheitsbeiträge der einzelnen Einflussgrößen aus bekannten Informationen bestimmt. Die Tabelle 1 zeigt beispielhaft die wesentlichen Einflussgrößen für einen Bohrungsabstand mit den entsprechenden Informationsquellen.

Tabelle 1: Einflussgrößen und Informationsquellen für einen Bohrungsabstand

Einflussgrößen	Informationsquellen
Anzahl und Anordnung der Messpunkte	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gewichtsmatrix <math>\mathbf{Q}</math> bzw. Näherungsformeln</li> </ul>
Antaststreuung	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Erfahrungswert: Standardabweichung <math>s = A/3</math> aus dem Grenzwert der Längenmessabweichung <math>MPE_E = (A+L/K)</math></li> </ul>
Formabweichungen der Werkstückoberfläche	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Standardabweichung <math>s</math> der Messpunkte vom Ausgleichselement</li> </ul>
Abweichungen der Tastermittelpunkte	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Punktzahl und Antaststreuung beim Einmessen</li> <li>• Grenzwert der Mehrfachtaster-Lageabweichung <math>MPE_{ML}</math> bzw. des Dreh-Schwenk-Tastsystems <math>MPE_{AL}</math></li> </ul>
Geometrieabweichungen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Längenabhängiger Anteil <math>L/K</math> des Grenzwertes der Längenmessabweichung <math>MPE_E = (A+L/K)</math></li> </ul>
Drehtisch	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Grenzwerte der axialen, radialen und tangentialen Vierachsenabweichungen <math>MPE_{FA}</math>, <math>MPE_{FR}</math>, <math>MPE_{FT}</math></li> </ul>
Temperatur	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ausdehnungskoeffizienten vom Lieferanten</li> <li>• Temperaturaufzeichnungen</li> </ul>

Für die meisten Einflüsse lassen sich die Unsicherheitsbeiträge aus den vom Hersteller nach DIN EN ISO 10360-1 [5] spezifizierten Grenzwerten der Messabweichungen abschätzen. Für die Temperaturen des Werkstücks und der KMG-Maßstäbe sowie ihre Grenzabweichungen können in der Regel Erfahrungswerte aus Temperaturaufzeichnungen bei früheren Messungen herangezogen werden. Die Formabweichungen der Werkstückoberfläche hängen vor allem von der Bearbeitung ab. In der industriellen Produktion wird in der Regel im Rahmen beherrschter Prozesse gefertigt, die wiederum reproduzierbare Formabweichungen liefern. Sind für das Fertigungsverfahren entsprechende Standardabweichungen aus früheren Messungen bekannt, wird mit diesen gerechnet. Damit liegen alle notwendigen Informationen für die Messunsicherheitsberechnung bereits vor der Messung vor, und die festgelegte Messstrategie kann überprüft und ggf. optimiert werden.

Dazu wird die Prüfprozesseignung anhand des Verhältnisses der Messunsicherheit  $U$  zur Toleranz  $T$  des Prüfmerkmals bewertet [4]. Die entsprechende Forderung wird vorher vom Anwender festgelegt und liegt in der Regel bei  $U/T \leq 0,1 \dots 0,2$ .

#### 4. Beispiel Bohrungsabstand

Ein Unternehmen produziert Zulieferteile mit dem kritischen Bohrungsabstand  $100 \pm 0,005$ . Der Kunde fordert den Nachweis der Prüfprozesseignung mit der Forderung  $U/T \leq 0,2$ . Für die Toleranz  $T=10 \mu\text{m}$  des Prüfmerkmals darf die erweiterte Messunsicherheit  $U$  also nicht größer als  $2 \mu\text{m}$  werden (Vertrauensniveau 95%).

Das mathematische Modell der Messaufgabe ist in Tabelle 2 angegeben. Einflussgrößen sind die Koordinaten  $X_{M1}$  und  $X_{M2}$  der beiden Bohrungsmittelpunkte, die Geometrieabweichungen des KMG  $\Delta L_{KMG}$  und der Temperatureinfluss  $\Delta L_T$  (hier zusammengefasst).

Die Bohrungen sollen zunächst mit vier um jeweils 90° versetzten Antastpunkten gemessen werden. Das KMG hat einen Grenzwert der Längenmessabweichung von  $MPE_{E=}(6+L/100)$ . Die mittlere Temperatur am Messplatz aus früheren Temperaturaufzeichnungen beträgt 20°C, die maximale Abweichung davon 2 K. Für diese Bedingungen beträgt die erweiterte Messunsicherheit  $U=5,6 \mu\text{m}$  (Tabelle 2). Das ist viel mehr als die zulässigen 2  $\mu\text{m}$ .

Tabelle 2: Messunsicherheit des Bohrungsabstandes

Messgröße:  $L$  Länge, korrigiert auf die Bezugstemperatur 20°C

Funktion:  $L = |X_{M1} - X_{M2}| - \Delta L_{KMG} - \Delta L_T$   
mit  $\Delta L_T = L * [ \alpha_W * (t_W - 20^\circ\text{C}) - \alpha_M * (t_M - 20^\circ\text{C}) ]$

Einflussgrößen:

- $X_{M1}$  Mittelpunktordinate des ersten Ausgleichskreises
- $X_{M2}$  Mittelpunktordinate des zweiten Ausgleichskreises
- $\Delta L_{KMG}$  Geometrieabweichungen des KMG
- $\Delta L_T$  Temperaturbedingte Längenmessabweichung

Messbedingungen:

- $L = 100$  Nennmaß des Abstandes
- $A = 6$  Konstanter Anteil A des Grenzwertes der Längenmessabweichung
- $K = 100$  Faktor K des Grenzwertes der Längenmessabweichung  $(A+L/K) \mu\text{m}$
- $\alpha_M = 11,5$  Ausdehnungskoeffizient der KMG-Maßstäbe ( $10^{-6}/\text{K}$ ) - Stahl
- $t_M = 20$  Mittlere Temperatur der Maßstäbe (°C)
- $\delta t_M = 2$  Maximale Abweichung von der mittleren Temperatur (K)
- $\alpha_W = 12$  Ausdehnungskoeffizient des Werkstücks ( $10^{-6}/\text{K}$ ) – Stahl
- $t_W = 20$  Mittlere Temperatur des Werkstücks (°C)
- $\delta t_W = 2$  Maximale Abweichung von der mittleren Temperatur (K)

Einflussgröße $X_i$	Methode A oder B	Messpunktanzahl bzw. Verteilung $n_i$	Standardabweichung bzw. Grenze $s_i$ bzw. $a_i$	Faktor für Punktzahl / Verteilung $b_i$	Sensitivitätskoeffizient $c_i$	Unsicherheitsbeitrag ( $\mu\text{m}$ ) $u_i(y)$
$X_{M1}$	B	4	2	0,71	1	1,4
$X_{M2}$	B	4	2	0,71	1	1,4
$\Delta L_{KMG}$	B	Normal	1,0	0,50	1	0,5
$\Delta L_T$	B	Rechteck	3,3	0,58	1	<b>1,9</b>
Standardunsicherheit der Messgröße $u(y) =$						2,8
Erweiterungsfaktor $k =$						2,0
Erweiterte Messunsicherheit ( $P=95\%$ ) $U =$						<b>5,6</b>

Den größten Unsicherheitsbeitrag liefert der Temperatureinfluss  $\Delta L_T$ . Er lässt sich durch Temperaturmessungen am Werkstück und am Maßstab des KMG verringern. Handelsübliche (nicht kalibrierte) Temperatursensoren haben in der Regel Fehlergrenzen von 0,2 K. Das ist jedoch nicht die Fehlergrenze der Temperaturmessung. Vielmehr sind zusätzlich die ungleichmäßige Temperaturverteilung im Werkstück bzw. im Maßstab sowie der Wärmekontakt zwischen Sensor und Oberfläche zu berücksichtigen, so dass hier eher mit der Grenzabweichung 0,5 K zu rechnen ist. Damit beträgt die erweiterte Messunsicherheit  $U=4,2 \mu\text{m}$ , was aber immer noch zuviel ist.

Die größten Unsicherheitsbeiträge kommen jetzt von den Bohrungsmittelpunkten. Nach Gleichung (1) beträgt die Standardunsicherheit mit  $n=4$  und  $s=2 \mu\text{m}$  jeweils  $u_i(y)=1,4 \mu\text{m}$ . Sie kann durch die Messung mit deutlich mehr Punkten verringert werden. Mit  $n=32$  Punkten am ganzen Kreisumfang reduzieren sich die Standardunsicherheiten auf jeweils  $u_i(y)=0,5 \mu\text{m}$  und die erweiterte Messunsicherheit auf die geforderten  $U=2 \mu\text{m}$ .

Ist die Standardabweichung an den Ausgleichskreisen bei der Messung des Werkstücks größer als die in der Rechnung verwendeten  $2 \mu\text{m}$ , so lässt sich der dann größere Unsicherheitsbeitrag der beiden Bohrungsmittelpunkte wieder durch eine entsprechend größere Messpunktanzahl verringern.

## 5. Verfahrensvergleich

Tabelle 3: Vergleich der Verfahren zur Messunsicherheitsbestimmung

Kriterium	Virtuelles KMG	Kalibr. Werkstücke	Berechnung
Technische Voraussetzungen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• VCMM-Software</li> <li>• KMG-Qualifikation</li> </ul>	Kalibriertes Werkstück	Kalkulationstabellen
Abhängig von KMG-Hersteller und Software	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Leitz: Quindos</li> <li>• Zeiss: Calypso</li> </ul>	nein	nein
Personelle Voraussetzungen	Schulung	keine	Schulung
Zeitaufwand	gering; KMG-extern möglich	groß (Messreihen)	gering bis mäßig; KMG-extern
Kosten	groß	groß	gering
Formabweichungen der Oberfläche erfasst	nein	nein	ja
Temperatureinfluss	ja	nur bedingt	ja
Einzelne Unsicherheitsbeiträge	nein	nein	ja
Optimierung der Messstrategie	nein	nein	ja

Bei allen drei Verfahren werden die Unsicherheiten jeweils nur für die Einflussgrößen ermittelt, die im mathematischen Modell enthalten sind bzw. durch die Messreihen am kalibrierten Werkstück erfasst werden. Die Tabelle 3 enthält die wesentlichen Unterschiede [2].

## 6. Industrieller Einsatz

Die Unsicherheitsberechnung wird durch entsprechende Software erleichtert, wobei es zur Zeit die in Tabelle 4 dargestellten Realisierungen, Einsatzmöglichkeiten und Anbieter gibt. Die unabhängige Software erfordert mehr manuelle Eingaben bei den Messbedingungen einschließlich der Geometriedaten, sie ist aber für jedes beliebige KMG einsetzbar.

Tabelle 4: Messunsicherheitsberechnungen in der Praxis

<b>Realisierung</b>	<b>Einsatz</b>	<b>Anbieter</b>
Unabhängige Software	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prüfplanung</li> <li>• Messung</li> </ul>	Kistner Metrologie Service GmbH: QUEEN GUM 3D
Integriert in KMG-Software	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prüfplanung</li> <li>• Messung</li> </ul>	Messtechnik Wetzlar GmbH (Quindos-Zusatzmodul)
Integriert in CAD/CAQ-Software	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prüfplanung</li> </ul>	

## Literatur

- [1] Hernla, M.: Messunsicherheitsberechnungen für Koordinatenmessungen. Abschätzung der aufgabenspezifischen Messunsicherheit mit Hilfe von Kalkulationstabellen. VDI-Bericht 1947, Düsseldorf 2006, S. 45-57
- [2] Hernla, M.: Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen. Abschätzung der aufgabenspezifischen Messunsicherheit mit Hilfe von Berechnungstabellen. expert verlag Renningen 2007
- [3] VDI/VDE 2617 Blatt 7: Genauigkeit von Koordinatenmessgeräten; Kenngrößen und deren Prüfung; Ermittlung der Unsicherheit von Messungen auf Koordinatenmessgeräten durch Simulation. Beuth Verlag Berlin 2006
- [4] VDI/VDE 2617 Blatt 8: Genauigkeit von Koordinatenmessgeräten; Kenngrößen und deren Prüfung; Prüfprozesseignung von Messungen mit Koordinatenmessgeräten. Beuth Verlag Berlin 2006
- [5] DIN EN ISO 10360-1: Geometrische Produktspezifikation (GPS) - Annahmeprüfung und Bestätigungsprüfung für Koordinatenmessgeräte (KMG) - Teil 1: Begriffe. Beuth Verlag Berlin 2003