

# Messunsicherheitsbilanzen für die Koordinatenmesstechnik

Dr.-Ing. **M. Hernla**, Freiberuflicher Ingenieur, Dortmund

## Kurzfassung

Die Koordinatenmessung ist ein universelles Messprinzip zur Bestimmung von geometrischen Elementen und daraus abgeleiteten Messgrößen. Die Messgeräte werden auf Grundlage der Normenreihe ISO 10360 mit gleichen bzw. vergleichbaren Kenngrößen, Normalen und Prüfverfahren kalibriert. Die wesentlichen Unterschiede liegen in der Art der Messwert-erfassung mit den verschiedenen Sensoren. Messunsicherheitsbilanzen auf Grundlage der Richtlinie VDI/VDE 2617 Blatt 11 lassen sich mit wenig Aufwand an die jeweilige Technik anpassen. Sie sind Hersteller- und geräteunabhängig mit Tabellenkalkulation umgesetzt und ohne großen Aufwand nutzbar. Darüber hinaus wird an Beispielen die Wirkung der Korrelation zwischen einzelnen Eingangsgrößen am selben Geometrieelement sowie zwischen Geometrieelementen demonstriert.

## 1. Einführung

Die Entwicklung der industriellen Koordinatenmesstechnik begann vor ca. 5 Jahrzehnten mit den ersten taktilen (berührend messenden) Geräten, die mit linearen Achsen, Längenmesssystemen und einfachen Tischrechnern ausgestattet waren. Seitdem ist eine Vielzahl von Bauformen entstanden, die mit unterschiedlichen Messprinzipien, Sensoren und Kinematiken arbeiten. Das Grundprinzip ist immer dasselbe: In einem räumlichen Koordinatensystem werden einzelne Oberflächenpunkte erfasst und aus diesen wieder geometrische Elemente bestimmt. An bzw. zwischen diesen werden dann weitere Messgrößen wie Maß, Form und Lage abgeleitet. Die Leistungsfähigkeit der Messgeräte wird durch das Messprinzip, die Bauform, die Sensoren und die Software bestimmt.

Parallel zur Entwicklung der Gerätetechnik entstanden ab Ende der achtziger Jahre die ersten Richtlinien der Reihe VDI/VDE 2617 [1] zur Prüfung von taktilen Koordinatenmessgeräten (KMG). Sie definierten die Kenngrößen, die Normale und die Prüfverfahren. Anfang der neunziger Jahre erschien die erste Norm der Reihe ISO 10360 [2] zur Prüfung von taktilen KMG. Im Lauf der Zeit kamen weitere VDI-Richtlinien und ISO-Normen hinzu, und die vorhandenen wurden zum Teil schon mehrfach überarbeitet. Zu den taktilen KMG kamen

solche mit optischen Sensoren dazu, später weitere Bauformen wie optische Koordinatenmesssysteme und Messprinzipien wie Röntgen-Computertomografie.

In den Richtlinien und Normen wurden die Kenngrößen, Normale und Prüfverfahren soweit wie möglich vereinheitlicht, um die Genauigkeit der verschiedensten Ausführungsformen miteinander vergleichbar zu machen. Dabei wird im wesentlichen zwischen der Längenmessabweichung für die Geometrieabweichungen innerhalb des gesamten Messvolumens und den Antastabweichungen für die verschiedenen Taster bzw. Sensoren unterschieden. Dazu kommen ggf. noch Lageabweichungen zwischen den Tastern bzw. Sensoren, wenn innerhalb einer Messung mehrere solche eingesetzt werden.

## **2. Messunsicherheit**

Die Messunsicherheit kann heute im wesentlichen nach drei Methoden ermittelt werden, die in den angegebenen Richtlinien und Normen beschrieben sind:

- Numerische Simulation nach VDI/VDE 2617 Blatt 7 bzw. ISO/TS 15530-4
- Kalibriertes Werkstück nach VDI/VDE 2617 Blatt 8 bzw. ISO 15530-3
- Messunsicherheitsbilanz nach VDI/VDE 2617 Blatt 11

Die numerische Simulation basiert auf einer entsprechenden Software, die von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) mit zwei großen deutschen Herstellern entwickelt wurde und unter der Bezeichnung Virtuelles KMG (VCMM) angeboten wird. Voraussetzung ist die Ermittlung der Geometrieabweichungen des KMG und der Antastabweichungen durch umfangreiche Messreihen. Der komplette Messprozess wird mit allen Einzelheiten im Rechner modelliert und aus den Variationen aller Eingangsgrößen in ihren Wertebereichen die erweiterte Messunsicherheit der Messgrößen bestimmt.

Bei der zweiten Methode wird ein kalibriertes Werkstück mehrfach gemessen und aus der Messreihe sowohl die Standardabweichung als auch die systematische Abweichung bestimmt. Diese soll immer korrigiert werden, und nur, wenn das nicht möglich ist, wird sie in die erweiterte Messunsicherheit eingerechnet. Das Vorgehen und das mathematische Modell der Messung sind sehr einfach und für alle Messgrößen dieselben. Deshalb sind keine weiteren Kenntnisse oder Voraussetzungen erforderlich.

Messunsicherheitsbilanzen müssen für jedes Prüfmerkmal bzw. jede Gruppe von Prüfmerkmalen einzeln erarbeitet werden. Dabei sind Fallunterscheidungen hinsichtlich der beteiligten Geometrieelemente und ihrer einzelnen Parameter, der Taster und weiterer Messbedingungen zu treffen. Zusätzlich sind Informationen über die Anzahl und Anordnung der Messpunkte, die Standardabweichungen an den Geometrieelementen, die Temperaturen sowie die Grenzwerte der Längenmess- und der Antastabweichungen des KMG erforderlich.

### 3. Messunsicherheitsbilanzen für taktile Messungen

In VDI/VDE 2617 Blatt 11 [3] sind die Voraussetzungen zur Anwendung der Methode und die Beispiele Durchmesser und Abstand für die taktile Messung angegeben. Vergleiche zwischen den drei Methoden wurden bereits veröffentlicht [4]. Die Unsicherheiten aus der Bilanz sind in der Regel größer als die anderen, weil hier mit den spezifizierten Grenzwerten der Abweichungen gerechnet wird, dort aber mit den tatsächlichen Abweichungen. Ein Ringvergleich wurde auf der VDI-Fachtagung Messunsicherheit 2021 vorgestellt [5].

Messunsicherheitsbilanzen für weitere Prüfmerkmale bzw. Gruppen von Prüfmerkmalen sind in [6] beschrieben. Dabei sind jeweils die mathematischen Modelle, die Eingangsgrößen und die Berechnung ihrer Standardunsicherheiten sowie die Sensitivitätskoeffizienten dokumentiert. Damit ist jeder Interessent in der Lage, seine eigene Software zu entwickeln und die Messunsicherheitsbilanzen für seine Zwecke zu nutzen.

Auf Grund des universellen Messprinzips und der Vielfalt möglicher Kombinationen von geometrischen Elementen und Messbedingungen können niemals alle denkbaren Varianten mit vertretbarem Aufwand verifiziert und validiert werden. Treten im Einzelfall Zweifel auf, lässt sich jedoch die Berechnung anhand der Dokumentation in [6] jederzeit nachvollziehen.

Die Methode ist von der Deutschen Akkreditierungsstelle (DAkkS) als eine Möglichkeit zur Ermittlung der Messunsicherheit anerkannt [7], und zwar sowohl für die Akkreditierung von Prüf- als auch von Kalibrierlaboratorien. Zur Zeit (Sommer 2023) sind in Deutschland acht und in der Schweiz drei Kalibrierlaboratorien (von der Schweizer Akkreditierungsstelle SCS) akkreditiert. Dazu kommen noch mehrere Dutzend Prüflaboratorien in beiden Ländern.

Die Messunsicherheitsbilanzen können unabhängig vom KMG und seiner Software umgesetzt werden. Die notwendigen Informationen stammen aus der Genauigkeitsspezifikation des KMG (Grenzwerte), der Umgebung (Temperatur), dem Messprogramm (Zahl und Anordnung der Messpunkte) und der Messung selbst (Standardabweichungen an den Geometrielementen). Aus diesen Daten lassen sich die Unsicherheiten nicht nur für die taktile Messung, sondern auch für andere Bauformen, Messprinzipien und Sensoren berechnen. Die Unsicherheitsbilanzen unterscheiden sich dabei nur an wenigen Stellen, um die jeweiligen Besonderheiten zu berücksichtigen. Dafür werden einige Beispiele angegeben, ausgehend von der taktilen Messung. Die Modellfunktion für ein Außenmaß lautet vereinfacht allgemein, siehe Bild 1:

$$L = X_2 - D_{T2} / 2 - ( X_1 + D_{T1} / 2 ) - \Delta X_{TR} \quad (1)$$

Bei der Messung mit demselben Taster wirkt sich sein Durchmesser  $D_{T1} = D_{T2} = D_T$  auf die Messlänge  $L$  aus, nicht aber die Mehrfachtaster-Ortsabweichung  $\Delta X_{TR}$ . Das Modell lautet:

$$L = X_2 - D_T / 2 - ( X_1 + D_T / 2 ) = X_2 - X_1 - D_T \quad (2)$$

Beim Stufenmaß fällt auch  $D_T$  aus der Gleichung heraus, und man erhält nach Bild 1:

$$L = X_2 - D_T / 2 - (X_1 - D_T / 2) = X_2 - X_1 \quad (3)$$

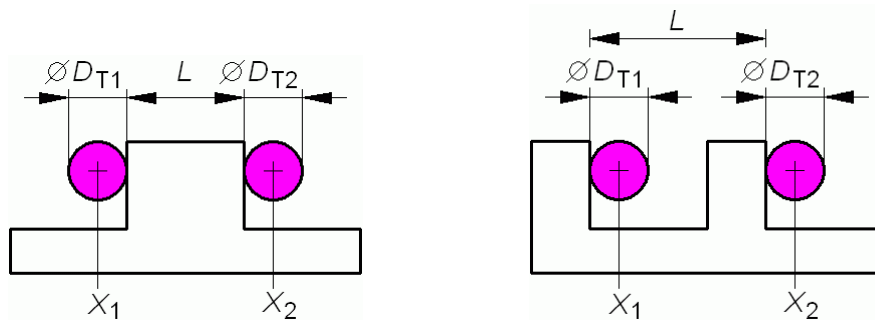


Bild 1: Außenmaß (links) und Stufenmaß (rechts), mit verschiedenen Tastern gemessen

#### 4. KMG mit Bildverarbeitung

Die häufigste Sensorart nach dem Taster ist ein Bildverarbeitungssystem (BV-Sensor). Dieser wird meist an einem Chromkreis auf einer Glasplatte eingemessen. Bei der Messung von beliebigen Werkstücken wird das Messergebnis jedoch wesentlich von der Gestalt und der Beleuchtung der Kanten beeinflusst. Deshalb wird die optische auf eine taktile Messung zurückgeführt, indem einige ausgewählte, repräsentative Maße an dem Werkstück erst mit einem taktilen KMG und dann mit dem BV-Sensor gemessen werden. Für beide Messungen werden die Maße, die Maßdifferenz und die Messunsicherheiten berechnet. Dabei sollte auch der jeweils mögliche Wertebereich der Messbedingungen ermittelt werden, für den die Messunsicherheiten gelten. Diese werden dann auf andere Stellen mit ähnlichen Kanteneigenschaften übertragen. Dabei ist zu unterscheiden, ob es sich um ein Innen- bzw. Außenmaß oder ein Stufenmaß handelt. Im zweiten Fall haben gleiche Kanteneigenschaften keinen Einfluss und leisten keinen Unsicherheitsbeitrag, siehe Bild 2 links.

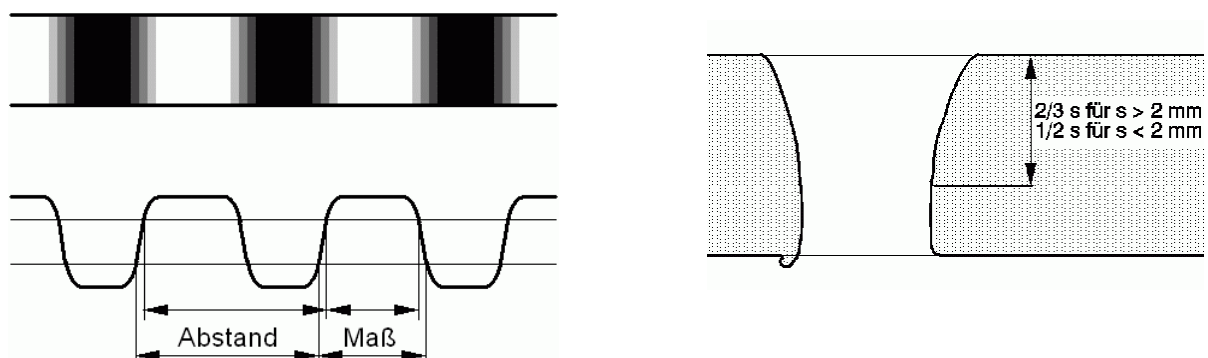


Bild 2: Links: Hell-Dunkel-Übergänge an Kanten; der Schwellwert (horizontale Linie) beeinflusst das Maß (Innen-oder Außenmaß), aber nicht den Abstand (Stufenmaß); Rechts: Beispiel für die Definition der Messebene beim Plasmaschneiden

Ähnlich wie bei der taktilen Messung ergibt sich die vereinfachte allgemeine Modellgleichung für das Außenmaß mit den Maßdifferenzen  $\Delta M_1$  und  $\Delta M_2$ :

$$L = X_2 - \Delta M_2 / 2 - ( X_1 + \Delta M_1 / 2 ) \quad (4)$$

Sind die Kanteneigenschaften gleich, ist die Maßdifferenz  $\Delta M_1 = \Delta M_2 = \Delta M$ . Beim Außenmaß bleibt  $\Delta M$  wie  $D_T$  in Gleichung (2) im Modell, beim Stufenmaß entfällt sie wie in Gl. (3).

Die praktische Schwierigkeit besteht darin, überhaupt erst einmal das „richtige“ Maß zu definieren, vor allem an gestanzten oder anders getrennten Schnittkanten. Das Bild 2 zeigt rechts ein Beispiel für thermisch geschnittene Kanten. Hier wird die Messebene in ISO 9013 [8] abhängig von der Blechdicke  $s$  definiert.

## 5. Multisensor-KMG

Mit Multisensor-KMG können innerhalb der Messung eines Werkstückes mehrere Sensoren eingesetzt werden, zumeist optische. Für diese gelten dann die Ausführungen für den BV-Sensor sinngemäß. Zusätzlich sind die Lageabweichungen  $\Delta X_{PLM}$  der Sensoren zueinander zu berücksichtigen. Dazu wird der spezifizierte Grenzwert der Multisensor-Lageabweichung zwischen den jeweiligen beiden Sensoren nach ISO 10360-9 [9] verwendet. Die Maßdifferenzen  $\Delta M_1$  und  $\Delta M_2$  gelten wie beim BV-Sensor in Gleichung (4):

$$L = X_2 - \Delta M_2 / 2 - ( X_1 + \Delta M_1 / 2 ) - \Delta X_{PLM} \quad (5)$$

Sind der Sensor und die Kanteneigenschaften gleich, ist die Maßdifferenz  $\Delta M_1 = \Delta M_2 = \Delta M$ . Beim Außenmaß geht  $\Delta M$  wie  $D_T$  in Gleichung (2) in das Modell ein, und die Multisensor-Lageabweichung  $\Delta X_{PLM}$  fällt heraus. Beim Stufenmaß entfällt analog zu Gl. (3) auch  $\Delta M$ .

## 6. Optische Koordinatenmesssysteme

Optische Koordinatenmesssysteme (OKMS) arbeiten in der Regel mit zwei Digitalkameras, die das Messobjekt in mehreren Ansichten erfassen und daraus ein räumliches Datenmodell für die Istgeometrie berechnen. Der direkte Vergleich mit dem CAD-Modell liefert die Abweichungen. Darüber hinaus lassen sich an dem Datensatz einzelne Prüfmerkmale definieren und auswerten.

OKMS werden heute häufig bei Kunststoffteilen mit glatten und spiegelnden Oberflächen angewendet, die für die Messung mit einem aufgespühten Pulver abgestumpft werden. Die Dicke dieser Pulverschicht ist meist nicht genau bekannt. Deshalb kann sie nur beispielhaft in gesonderten Versuchen mit ihrer mittleren Schichtdicke und der Streuung bestimmt werden. Bei der Messung könnte die mittlere Schichtdicke rechnerisch eliminiert werden. Das wird aber in der Regel nicht gemacht, weshalb sie als nicht korrigierte systematische

Abweichung zu berücksichtigen ist. Die mögliche Streuung trägt aber in jedem Fall zur Unsicherheit bei.

Ähnlich wie beim BV-Sensor in Gleichung (4) ergibt sich die vereinfachte Modellgleichung für das Außenmaß mit den Schichtdicken  $\Delta X_{P1}$  und  $\Delta X_{P2}$ :

$$L = X_2 - \Delta X_{P2} - (X_1 + \Delta X_{P1}) \quad (6)$$

Sind beide Oberflächen eingesprüht, sind die Mittelwerte  $\Delta X_{P1} = \Delta X_{P2} = \Delta X_P$ . Beim Außenmaß gehen sie ähnlich wie in Gleichung (2) zweimal in das Modell ein. Beim Stufenmaß heben sich die Mittelwerte wie in Gleichung (3) heraus – allerdings nicht die Streuungen, weil beide Oberflächen unabhängig voneinander besprüht werden.

Eine weitere Besonderheit ist der Grenzwert der Längenmessabweichung, der hier nicht längenabhängig, sondern als Maximalwert  $B$  für das ganze Messvolumen angegeben wird. Das führt bei kleinen Abmessungen zu relativ großen Unsicherheitsbeiträgen für die Geometrieabweichungen des Messsystems. Nach ISO 10360-13 [10] sind jedoch zusätzlich kleinere Grenzwerte für die Verzerrungsabweichung (distortion error) für den Fall festzulegen, dass die Normale bzw. das Messobjekt in jeder Einzelansicht komplett in das Messvolumen passen. Von einem Anwender wurde berichtet, dass diese Grenzwerte bei etwa 20 % der Grenzwerte für das ganze Messvolumen liegen können.

## 7. Computertomografie

Bei der Computertomografie wird das Messobjekt von einer punktförmigen Röntgenstrahlquelle aus durchleuchtet und um eine Achse gedreht. Die Einzelbilder werden auf einen flächenförmigen Detektor projiziert und zu einem räumlichen Datensatz zusammengesetzt. Auch hier liefert der direkte Vergleich mit dem CAD-Modell die Abweichungen, und an dem Datensatz lassen sich einzelne Prüfmerkmale definieren und auswerten.

Zur Ermittlung der Messunsicherheit beschreibt bisher nur die Richtlinie VDI/VDE 2630 Blatt 2.1 [11] die Methode mit kalibrierten Werkstücken. Allerdings steht nicht immer ein kalibriertes Werkstück zur Verfügung, und die Wiederholmessungen sind zeitaufwendig. Deshalb werden auch hier Messunsicherheitsbilanzen eingesetzt. Dabei entfallen die oben diskutierten Einflüsse Tasterdurchmesser, Maß- bzw. Lageabweichungen und Pulverschicht. Die Vergrößerung bzw. Auflösung hängt von der Position der Drehachse des Werkstücks ab, siehe Bild 3. Die temperaturbedingte Ausdehnung des Detektors als Längenmaßstab wirkt sich dementsprechend nur im Verhältnis des Abstandes  $l$  der Drehachse des Werkstücks von der Strahlenquelle zum Abstand  $L$  des Detektors von der Strahlenquelle auf die Längenmessung aus. Die Position beeinflusst aber auch die Standardabweichungen an den Geometrieelementen. Diese sind deshalb immer neu zu ermitteln.

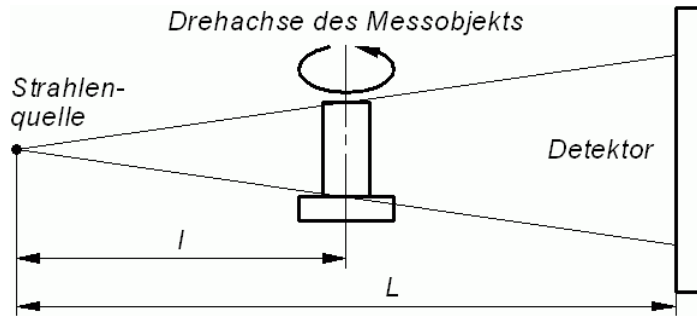


Bild 3: Röntgentomograf mit Strahlenquelle, Drehachse des Messobjekts und Detektor

### 8. Korrelation an Geometrieelementen

Messunsicherheitsbilanzen wie in [3] und [6] werden meist ohne Berücksichtigung von Korrelationen zwischen den einzelnen Eingangsgrößen ausgewertet. Bei der Messung der Geometrieelemente wird vorausgesetzt, dass die Messpunkte gleichmäßig über die ganze Oberfläche verteilt sind. Das ist aber nicht immer der Fall. Ein klassisches Beispiel ist die Messung eines Kreises, bei dem nicht der komplette Umfang, sondern nur ein Teil davon erfasst wird. In diesem Fall ist die Kovarianzmatrix des Geometrieelementes zu bestimmen, die die Informationen über die Punktverteilung auf der Oberfläche enthält. Die Grundlagen für solche impliziten mehrdimensionalen Messmodelle sind im Abschnitt 6.3.1 des GUM Supplement 2 [12] beschrieben. Die Standardunsicherheiten der Kreisparameter lassen sich in Abhängigkeit vom Winkelbereich der Messpunkte sehr anschaulich im Diagramm darstellen [6]. Bei sehr kleinen Winkelbereichen werden die Unsicherheiten dramatisch groß.

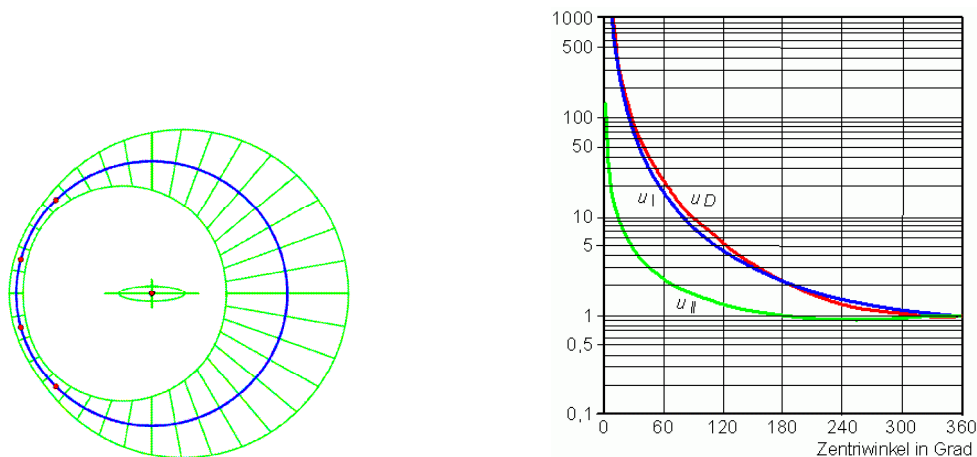


Bild 4: Messung eines Kreisabschnitts mit dem Zentriwinkel  $90^\circ$  (links) und Verhältnisse der Unsicherheiten in Abhängigkeit vom Zentriwinkel des Bereiches der Messpunkte, bezogen auf den Vollkreis mit 100 Punkten (rechts);  $u_D$  Durchmesser,  $u_I$  große und  $u_{II}$  kleine Halbachse der Streuungsellipse

## 9. Korrelation zwischen Geometrieelementen

Korrelationen zwischen Geometrieelementen sind recht selten, weil in der Regel für jedes Geometrieelement eine eigene Messpunkt Wolke erfasst wird. Sie sind jedoch dann zu berücksichtigen, wenn aus denselben Geometrieelementen zunächst weitere Elemente wie Schnittpunkte berechnet werden, die dann für weitere Auswertungen herangezogen werden. Das Bild 5 zeigt zwei Beispiele für den Abstand von zwei Schnittpunkten.

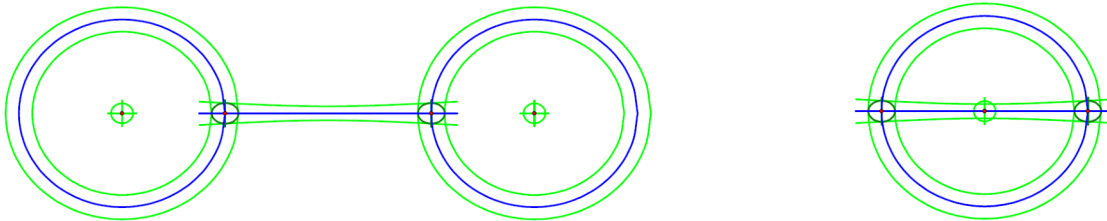


Bild 5: Abstand von zwei Schnittpunkten zwischen Gerade und zwei Kreisen (links) und an demselben Kreis (rechts) mit den Streubereichen der Elemente

Im Bild 5 links sind die horizontalen Koordinaten der beiden Schnittpunkte nicht korreliert, da es sich um zwei voneinander unabhängige Kreise handelt. Im Bild 5 rechts schneidet die Gerade zweimal dieselbe Kreislinie, und damit sind die Koordinaten korreliert.

Die Frage dabei ist, wie weit sich die Unsicherheiten ohne bzw. mit Berücksichtigung der Korrelation unterscheiden. Dazu wird zunächst das Beispiel im Bild 5 links betrachtet. Für den Abstand der Schnittpunkte mit den zwei Kreisen gilt das vereinfachte Modell:

$$L = X_{M2} - R_2 - (X_{M1} + R_1) \quad (7)$$

Dabei sind  $X_{M1}$  und  $X_{M2}$  die Mittelpunktkoordinaten der Kreise sowie  $R_1$  und  $R_2$  ihre Radien. Für den Abstand der Schnittpunkte am selben Kreis im Bild 5 rechts mit  $X_{M1}$  und  $R_1$  gilt:

$$L = X_{M1} + R_1 - (X_{M1} - R_1) = 2 * R_1 = D_1 \quad (8)$$

Die Mittelpunktkoordinaten fallen aus der Modellgleichung heraus, und es bleibt nur der Durchmesser übrig. Sind die Messpunkte gleichmäßig über den Kreisumfang verteilt, erhält man die Standardunsicherheiten für Radius, Mittelpunkt und Durchmesser mit der Punktzahl  $n$  und der Standardabweichung  $s$  am Ausgleichskreis nach [3] [6]:

$$u_R = \sqrt{\frac{1}{n}} \cdot s \quad u_{XM} = \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot s \quad u_D = \sqrt{\frac{4}{n}} \cdot s \quad (9)$$

Für zum Beispiel  $n = 4$  Punkte ergibt sich damit die Standardunsicherheit des Abstandes  $u_{L2} = 1,22 * s$  für die Modellgleichung (7) und  $u_{L1} = 1,00 * s$  für Gleichung (8). Die Standardunsicherheit ohne Berücksichtigung der Korrelation ist also rund 22 % größer als die richtige, und zwar unabhängig von der Messpunktanzahl.



Dieselbe Standardunsicherheit wie für Modellgleichung (8) erhält man mit (7), wenn das erweiterte Fortpflanzungsgesetz mit dem Korrelationskoeffizienten  $r = -1$  zwischen den beiden Mittelpunktkoordinaten und  $r = 1$  zwischen den beiden Radien angewendet wird.

## 10. Messunsicherheit mit Simulation

Im allgemeinen Fall schneidet die Gerade den Kreis außerhalb der Mitte, und die Schnittpunkte bilden Streuungsellipsen aus, die miteinander korreliert sind, siehe Bild 6. Je weiter die Gerade vom Mittelpunkt entfernt ist, desto länger werden die Streuungsellipsen in Richtung des Abstandes. Der Winkel zwischen der Kreislinie im Schnittpunkt und der Geraden wird kleiner, und der Unsicherheitsbeitrag der Geraden nimmt zu. Gleichzeitig verringert sich der Unsicherheitsbeitrag des Kreisradius. Wieder ist die Frage, wie weit sich die Unsicherheiten ohne bzw. mit Berücksichtigung der Korrelation unterscheiden.

Nach Abschnitt 6.2.1 des GUM Supplement 2 [12] für explizite mehrdimensionale Messmodelle müssen zunächst die Kovarianzmatrizen für die Schnittpunkte und dann für ihren Abstand berechnet werden, und zwar für jede Messgröße gesondert.

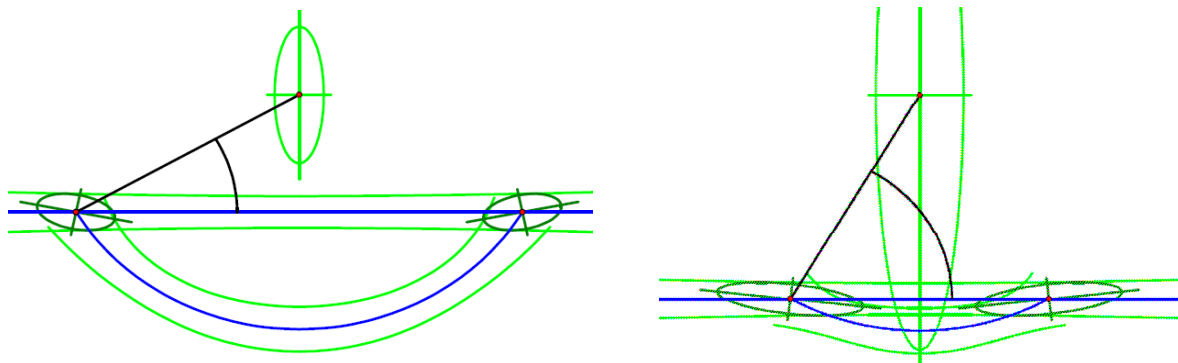


Bild 6: Streubereiche der Elemente und Schnittpunkte bei den Winkeln 30° und 60°

In [12], Abschnitt 6.4, wird auf die numerische Lösung mittels Simulation verwiesen, wie sie im oben erwähnten Virtuellen KMG (VCMM) realisiert ist. Dasselbe lässt sich aber auch mit den Modellfunktionen der Messunsicherheitsbilanzen umsetzen, indem bei der Simulation die beiden Schnittpunkte der Geraden mit demselben Kreis berechnet werden.

Das Diagramm im Bild 7 zeigt die Verhältnisse der Unsicherheiten mit Korrelation aus der Simulation zu den Unsicherheiten ohne Korrelation für verschiedene Winkel sowie für unterschiedliche Streuungen an der Geraden und am Kreis.

Die Unsicherheiten aus der Simulation sind im Mittel größer, maximal um ca. 41 %. Dann ist der Korrelationskoeffizient zwischen den Koordinaten der Schnittpunkte  $r = -1$ , und die Korrelation sollte unbedingt berücksichtigt werden.

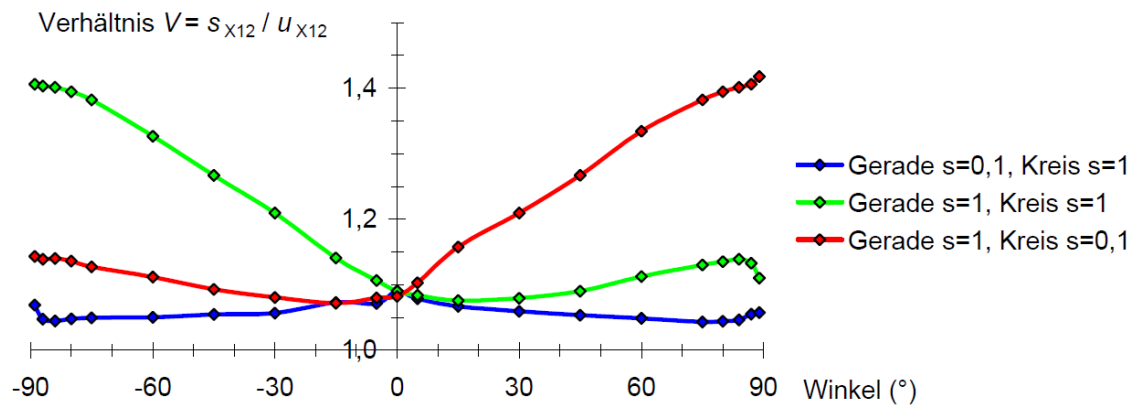


Bild 7: Verhältnisse der Standardabweichung  $s_{x_{12}}$  mit Korrelation aus der Simulation zur Standardunsicherheit  $u_{x_{12}}$  ohne Korrelation aus der Unsicherheitsbilanz für den Abstand der Schnittpunkte im Bild 5 bei verschiedenen Winkeln

### 11. Weiteres Beispiel

Ein weiterer Anwendungsfall ist der Abstand zwischen den Schnittpunkten von zwei Kreisen im Bild 8. Die senkrechten Koordinaten der Schnittpunkte sind miteinander korreliert, was sich wieder auf die Unsicherheit des Abstands auswirkt. Im Bild 8 rechts sind die Verhältnisse der Unsicherheiten aus der Simulation zu denen aus der MU-Bilanz gegenübergestellt. Das größte Verhältnis  $V = 1,41$  im Bild 8 rechts liegt nahe beim Winkel null. Die Unsicherheit ist also um 41 % größer, wenn die Korrelation der Schnittpunkte einbezogen wird. Kommen in einer vollständigen Unsicherheitsbilanz weitere Beiträge hinzu, wird der Unterschied jedoch wieder kleiner.

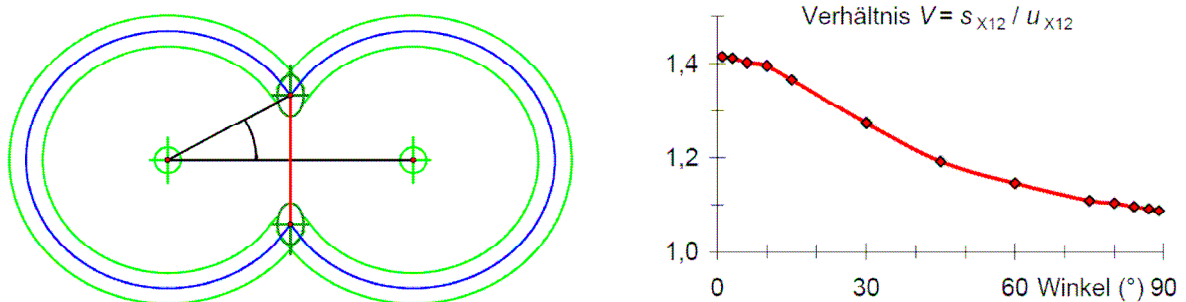


Bild 8: Streubereiche der Kreise und Schnittpunkte beim Winkel  $30^\circ$  (links), Verhältnisse der Standardabweichung  $s_{x_{12}}$  mit Korrelation aus der Simulation zur Standardunsicherheit  $u_{x_{12}}$  ohne Korrelation aus der MU-Bilanz für den Schnittpunkt Abstand (rechts)

Mit der folgenden Beziehung lässt sich abschätzen, wie groß die Unsicherheitsbeiträge  $u_{x_1}$  und  $u_{x_2}$  der Schnittpunkte zusammengenommen maximal sein dürfen, damit bei einem

bestimmten Verhältnis  $V = s_{X12} / u_{X12}$  die Unsicherheit  $s(y)$  aus der Simulation mit Korrelation diejenige aus der Unsicherheitsbilanz ohne Korrelation  $u(y)$  nicht wesentlich übersteigt:

$$u_{X12} \leq \sqrt{\frac{Q^2 - 1}{V^2 - 1}} \cdot u(y) \quad \text{mit } u_{X12} = \sqrt{u_{X1}^2 + u_{X2}^2} \quad (10)$$

Dabei gibt  $Q$  das maximale Verhältnis der Unsicherheit  $s(y)$  mit Korrelation zur Unsicherheit  $u(y)$  aus der Unsicherheitsbilanz vor, das als vernachlässigbar angesehen wird. So ist z.B. für  $Q = 1,05$  die Standardabweichung  $s(y)$  aus der Simulation maximal 5 % größer. Mit dem Verhältnis  $V = 1,41$  aus dem Diagramm im Bild 8 rechts erhält man aus Gleichung (10) den maximalen Unsicherheitsbeitrag  $u_{X12} = 0,32 u(y)$ . Ist der Winkel gleich  $45^\circ$ , beträgt das Verhältnis  $V = 1,2$ , und der maximale Unsicherheitsbeitrag ist  $u_{X12} = 0,48 u(y)$ . Erst wenn die zusammengenommenen Unsicherheitsbeiträge  $u_{X12}$  der Schnittpunkte größer sind, sollte die Unsicherheit durch Simulation ermittelt werden.

## 12. Zusammenfassung

In der Koordinatenmesstechnik werden Geräte mit den unterschiedlichsten Messprinzipien, Bauformen und Sensoren eingesetzt. Die Genauigkeitskenngrößen, Normale und Prüfverfahren sind ähnlich, ebenso die Messgrößen. Deshalb lassen sich die Unsicherheitsbilanzen einfach an die jeweilige Technik anpassen. Sie können Hersteller- und geräteunabhängig mit Tabellenkalkulation umgesetzt und mit minimalem Aufwand genutzt werden.

Die mathematischen Modelle aus den Unsicherheitsbilanzen lassen sich ohne weiteres auch für numerische Simulationen verwenden, um die Verteilungsform der Messgröße und den Erweiterungsfaktor für die erweiterte Messunsicherheit zu ermitteln.

Die Geometrieelemente werden in der Regel aus einzeln erfassten Messpunktswolken gebildet und sind nicht miteinander korreliert. In manchen Fällen werden jedoch aus den Geometrieelementen weitere Elemente gebildet, die unter Umständen miteinander korreliert sind und dann Auswirkungen auf die Messunsicherheit haben. Der Korrelationseinfluss lässt sich für den ungünstigsten Fall abschätzen. Ist er nicht vernachlässigbar, wird die Unsicherheit durch Simulation ermittelt. Dazu muss das Modell angepasst werden, um z.B. die beiden Schnittpunkte der Geraden mit demselben Kreis zu berechnen.

## Literatur

- [1] VDI/VDE 2617: Genauigkeit von Koordinatenmessgeräten; Kenngrößen und deren Prüfung; Blatt 2.1 bis Blatt 13. Beuth Verlag Berlin

- [2] DIN EN ISO 10360: Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Annahmepfugung und Bestätigungsprüfung für Koordinatenmessgeräte (KMG) – Teil 1 bis Teil 13. Beuth Verlag Berlin
- [3] VDI/VDE 2617 Blatt 11: Genauigkeit von Koordinatenmessgeräten; Kenngrößen und deren Prüfung; Ermittlung der Unsicherheit von Messungen auf Koordinatenmessgeräten durch Messunsicherheitsbilanzen. Beuth Verlag Berlin 2011
- [4] Hernla, M.; Wendt, K.; Franke, M.: Aufgabenspezifische Messunsicherheit von Koordinatenmessungen. tm Technisches Messen, München 77 (2010) 11, S. 607-615
- [5] Wiedenmann, E.; Schlüter, T.: Vereinfachtes Verfahren zur Ermittlung von Messunsicherheiten für die Prüfprozesseignung. VDI-Fachtagung Messunsicherheit praxisgerecht bestimmen – Prüfprozesse in der industriellen Praxis am 10. und 11.11.2021. VDI-Bericht 2390, Düsseldorf 2021, S. 269-280
- [6] Hernla, M.: Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen. Ermittlung der aufgabenspezifischen Messunsicherheit durch Unsicherheitsbilanzen. 178 Seiten, 70 Bilder, 37 Tabellen. 4. Auflage expert verlag Tübingen 2020
- [7] DAkkS 71 SD 5 004: Regel zur Akkreditierung von Prüflaboratorien nach DIN EN ISO/IEC 17025:2005 für den Bereich „Koordinatenmesstechnik“. Deutsche Akkreditierungstelle, Berlin 2015
- [8] DIN EN ISO 9013: Thermisches Schneiden – Einteilung thermischer Schnitte – Geometrische Produktspezifikation und Qualität. Beuth Verlag Berlin 2003
- [9] DIN EN ISO 10360-9: Geometrische Produktspezifikationen (GPS) – Annahmepfugung und Bestätigungsprüfung für Koordinatenmesssysteme (KMS) – Teil 9: KMG mit Multisensorik. Beuth Verlag Berlin 2014
- [10] ISO 10360-13: Geometrical product specifications (GPS) – Acceptance and reverification tests for coordinate measuring systems (CMS) – Part 13: Optical 3D CMS. Beuth Verlag Berlin 2021
- [11] VDI/VDE 2630 Blatt 2.1: Computertomografie in der dimensionellen Messtechnik – Bestimmung der Messunsicherheit und der Prüfprozesseignung von Koordinatenmessgeräten mit CT-Sensoren. Beuth Verlag Berlin 2015
- [12] JCGM 102:2011 Evaluation of measurement data – Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Extension to any number of output quantities. Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM), Geneva 2011